





12-11-1



B. Graf.

II

52

7Bw
609695

COMMENTARJ

SOPRA LA STORIA E LE TEORIE
DELL' OTTICA

DEL CAVALIERE

GIAMBATISTA VENTURI

RECCIANO

MEMBRO DEL CESAREO REGIO ISTITUTO DI SCIENZE etc.

DELLA SOCIETÀ ITALIANA DI VERONA, E DI PIU' ALTRE ACCADEMIE.

TOMO PRIMO.

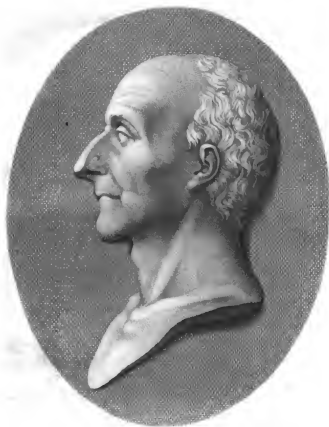


BOLOGNA 1814.

PE' FRATELLI MASI, E COMPAGNO

TIPOGRAFI DELL' ISTITUTO.





BONAVENTURA CORTI

Dr. Vangelisti del.

J. Rosen 1871

La gratitudine, la stima, l'amicizia conduconmi a dedicare il presente Volume alla memoria del già mio Concittadino, Maestro, e poi Collega Bonaventura Corti.

Avendo FRANCESCO III.^o d' Este, dopo la metà del secolo precedente, aperto un Collegio d'educazione in Reggio, ed annessavi l'Università degli Studj, il Corti e lo Spallanzani eletti vi furono insieme nel 1754 Professori di Filosofia. Tre anni dopo ambidue guidarono me fanciullo di undici anni per lo cammin della Scienza. Il secondo passò indi alcuni anni a Modena, e poi nel 1769 alla Cattedra di Storia naturale in Pavia; ed io divenni Collega del primo.

Diede Questi poco dopo alle Stampe il suo Corso di Fisica (a), buon compendio; se si riguardi la maniera usata in quei tempi. Di tale Opera scriveva nel 1774 il Toaldo uomo franco e sincero. „ In tanti „ Corsi di Fisica non ho trovato cosa più a proposito per le Scuole di questa, essendo una Raccolta fatta con ottimo gusto, e con grande scelta di „ Dottrine “.

(a) Institutiones Physicæ 8.^o Mutinæ 1769. Vol. 2.

Indi si accinse a notare con esatti Istromenti il giornaliero meteorologico andamento delle Stagioni (a); aggiugnendovi per ciascun Mese il progresso della vegetazione negli alberi e ne' seminati: vero metodo per discoprir le cagioni e formare i pronostici dell' annuo prodotto nelle agrarie speculazioni e fattiche. Mostrò di non aver molta fede nelle Lunazioni, e nei loro periodi.

La Serenissima MARIA TERESA ultimo rampollo di Casa Cybo e Moglie di ERCOLE III.^o d' Este, la quale onorò mol'anni Reggio di sua Residenza, fece dono al Corti di scelti Inglesi microscopj; ed Egli grato all' augusta Donatrice s' accinse a spiare quel popolo di viventi nell' acque, il quale per la sua minutezza estrema s' asconde alla semplice vista. Non mi tratterò sulla descrizione della forma, cibo, e propagazione di varj animalucci microscopici, ch' Ei diede nel suo libro *sulla Tremella e sulla circolazione del fluido in una Pianta* (b). Indicherò soltanto i numeri e le specie, alle quali sembrano gli animalucci da Lui descritti appartenere nella Classificazione fattane posteriormente dal Muller (c)

63. *Vibrio lunula* . . .

69. *Vibrio serpentulus* . . .

114. *Gonium pectorale*.

185. *Tricoda semiluna*.

(a) Osservazioni meteorologiche e Botanico-Mediche per l'anno 1774. 8.^o Modena 1773. E per i tre anni seguenti, stampate nel Nuovo Giornale di Modena Vol. 6. p. 83.; Vol. 8. p. 88.; Vol. 12. p. 236.

(b) 8.^o Lucea 1774.

(c) *Animalcula infusoria*. 4.^o Haunim 1786.

252. *Tricoda cyclidium*.

317. *Vorticella succollata*.

320. *Vorticella senta*.

377. *Brachionus urceolaris*.

Non fa menzione il Muller di un lungo verme acquatico composto da intorno a trenta anelli irsuti di pelo: il Corti ne vide più volte il ventesimo anello circa discendendo, ingrossare in forma di capo, il quale poi con tutta la parte inferiore dell'animale si staccò dalla superiore, e divenne così un figlio snello simile alla madre, sebbene avesse poco prima comuni e contigui con essa i membri, i vasi sanguigni, e gli intestini. Maniera di propagarsi propria d'altri animalletti viventi nell'acqua.

Ma queste dalla penna del nostro Osservatore non caddero che in aria di storielle riportate per occasione; poichè avea quel suo Libro in vista due Oggetti di maggior peso e di più seria considerazione: il primo de' quali si è la *Tremella ed i suoi movimenti*.

Forma questa pianta un tappeto verde mucilaginoso, che in propizia stagione ricopre or tutto o parte il fondo limaccioso de' fossi inacquati, e d'altri luoghi umidi e bassi. Ponendone una piccola sottil falda in acqua sotto il microscopio, si scopre esser quella una ciocca od un fascio composto da un esercito di filetti verdi intralciati fra loro. Tali filetti si veggono, ad occhio armato di lente, colle loro estremità sporgenti fuor della ciocca dondolare per

un verso o per l'altro, ed or si piegano in arco ed ora si drizzano, e si allungano e si accorciano, riposano e poi ricominciano ciascuno in epoca e maniera diversa i lor movimenti, taluni s'aggruppano e taluni si staccan d'insieme. Escon del fango dentro il quale sieno stati impastati, si sciolgono dalla ciocca in cui erano involuppati, e pongosi a trascorrere il fluido in cui nuotano chi ad una banda e chi all'altra, ed avanzano e retrocedono, e s'arrestano incontrandosi e poi si sbarazzan d'insieme, e ben presto si spargono per tutta l'acqua all'intorno. Certe specie hanno una propensione decisa di recarsi alla luce; onde i loro filetti posti in vaso d'acqua chiuso all'intorno da veste opaca, con un sol pertugio da un lato, s'affollano per poco non tutti a quel pertugio o finestretta che sia.

In vista di movimenti cotanto varj e capricciosi giudicò il N. A. che tali specie di Tremella annoverar si debbano fra le sostanze animate e non già fra le piante; e propose di riporle sul confine estremo del Regno animale, bensì più vicine al Vegetabile che non i Polipi stessi.

Non contento di queste osservazioni studiò con diligenza l'intera vita delle sue Tremelle. Trovò ch'esse si propagano col dividersi un loro filo in più pezzi, i quali in breve acquistano lunghezza pari al loro genitore. Sembrano moversi parte divinuolandosi a mo' di anguille parte ondeggiando a mo' di vermi; e servono di cibo a moltissimi animali infusorj. Tenute più giorni entro il voto pneumatico proseguono a moltiplicarsi ed a muoversi. Simili al Ro-

tifero ed a più altri animalucci, disseccate rimangono senza vigore e come morte anche per più mesi di seguito; dopo di che bagnate di nuovo risorgono vive e vegete com'erano prima. Sopportano il freddo di cinque gradi del Reaumur sotto il gelo; le specie più delicate periscono intorno ai gradi 44 di caldo, mentre le più robuste resistono fin verso il sessantesimo grado.

Primo a notare i movimenti della Tremella fu l'Adanson (a); e dietro a lui, innanzi al Corti, ne diede qualche cenno in un Giornale il Cav. Fontana. Ma quanto imperfette sono le loro Storie a paragone di quella del nostro Naturalista! Il celebre Bonnet così scrivevano a Questo nel 1775: „ Vous avez vu „ dans les mêmes objets bien des choses qui avoient „ échappé à Mons. Adanson, et vous avez découvert „ encore des objets qui lui étoient inconnus“. Scrissero ancora, dopo il mio Collega, nel secolo scorso intorno al medesimo argomento Saussure (b), lo Scherer (c), Muller (d) e posteriore a tutti l'Olivieri (e). Sebbene quest'ultimo non conceda virtù di sentire alle Tremelle, pure dichiara: „ che nell'Opera „ del Corti si trovano press'a poco tutte le storiche „ osservazioni, che ancora posteriormente furono scritte „ intorno alla vita delle Tremelle; e che sarebbe „ un Libro perfetto, se fossero sistemate in esso le

(a) Acad. des Sciences de Paris An. 1767 p. 564.

(b) Su Tremelle da lui trovate nel 1789 ai Bagni d'Aix.

(c) Berlin. Naturforsch. Gesellsch. Band IV, S. 171.

(d) Böhmische Gesellsch. Jahr 1786 S. 254.

(e) Memorie della Soc. Ital. 1792 Vol. VI. p. 161.

„ specie tutte di tale pianta “. Vedremo, che il sistemare *tutte le Specie* di Tremella è opera disperata anche oggi; ma parliamo de' suoi movimenti.

L'Olivi confidossi poter spiegare la progressione d'alcune Tremelle verso il pertugio del vaso come sopra, col mezzo d'una meccanica attrazione ch' Ei suppone esistere fra i loro fili e la luce. Ma il movimento prodotto dall'attrazione scambievole di due corpi sta in ragione inversa delle loro masse rispettive; or quale proporzione passa fra la massa della luce che entra da un piccol pertugio a percuotere la Tremella, e la massa pur solamente di un filo di questa? E' meccanicamente impossibile che la Tremella sia spinta verso la luce da un tale principio. Nè altre piante decisamente piante, e neppure la Tremella *tenace* del Corti quantunque semovente, poste a nuotare nell'acqua non hanno dato indizj certi e non equivoci di loro accorrimiento alla luce, i quali pure l'Olivi sperò e desiderò di trovare. Il progredire verso la luce è dunque un movimento particolare di certe specie di Tremella, ed è per natura diverso affatto dal rivolgere che fanno le piante fisse in terra i loro rami e le foglie verso la banda del Sole.

I movimenti cotanto varj d'alcune Tremelle nascessero mai da mera insensata irritabilità? Non sono, risponderò, mancati Filosofi che fecero le bestie tutte macchine destituite di senso, e puramente irritabili; come non è mancato, neppure a di nostri (Darwin fra gli altri), chi dia sentimento a tutte eziandio le piante. Ma prendasi un medio ragione-

vole fra questi due estremi, e dicasi; che quella sostanza la quale sotto il medesimo eccitamento esterno produce costantemente i medesimi effetti, quella è una pura macchina insensata. Ora i cento fili d' un gruppo di Tremella vicini fra loro, e tutti insieme esposti alle medesime esteriori circostanze, eseguiscano movimenti diversi affatto fra loro, e quali appunto si manifestano negli animali. Dunque o molti animali non l'anno, od anche i fili della Tremella hanno un principio di interna volontà, che modifica e tempera diversamente in ciascun d' essi l' influsso delle esterne cagioni. Muller dice che li chiamerebbe volentieri o Conserve *vituli*, o animalucci *vegetabili*. Il Bonnet nella sopraenunziata Lettera scrive: „ En réfléchissant sur vos curieuses découvertes, il „ me semble qu' on seroit fondé à regarder la Tremelle et toutes les productions analogues, comme „ des nouveaux liens qui unissent le végétale à l'animal. J' ai assez prouvé que nous ignorons „ profondément quel est le degré de l' Echelle organique ou le *Sentiment* expire (Palingenes. part. „ XV.) “.

Nell' incominciato secolo hanno scritto intorno alle Tremelle con lode i Signori Girod-Chantran (a), e Vaucher (b). Dubiterei quasi, che il primo abbia voluto nelle sue classi estender troppo la Vita animale; e che abbia alcuna volta preso per semi e movimenti delle sue Conserve gli insetti microscopici che

(a) Recherches sur les Conserve, Bisses, Tremelles &c. 4.^o Paris 1802.

(b) Histoire des Conserve, Tremelles, et Ulves. 4.^o Gencve 1803.

girano per mezzo i loro fili e li agitano. Il secondo à dato il nome d'*Oscillatrici* alle Tremelle semoventi; Egli pure attribuisce loro sentimento e volontà; le à vedute Egli pure moltiplicarsi per divisione: ne descrive dodici specie, ma confessa d'essere tuttavia ben lungi dal completarne il Genere. Di fatti manca nella Classificazione del Vaucher la Tremella *a spira* del Corti. Inoltre la Tremella *tenace* di quest'ultimo, se si guardano i ricami arabeschi ond'è fregiata, si direbbe essere una *Conserva conjugata* del Vaucher; ma nè il Vaucher à trovato movimenti spontanei nelle sue conjugate, nè il Corti à trovato nella sua tenace gli accoppiamenti e la successiva propagazione che mostrano le conjugate. Il Sig. Bosc opina doversi riportare fra le Tremelle la *materia verde* osservata nell'Acque da Priestley, Ingenhous, e Senebier. Il Sig. Bory de Saint Vincent (a) confessa che noi siamo ancor lontani dal poter compiere la classificazione di questa, e d'altre sostanze analoghe, le quali secondo Lui formeranno ben presto una grande famiglia, forse lontana egualmente dai due Regni vegetabile ed animale.

Frattanto sussiste anche oggidì, che il lavoro del Corti, per quanto riguarda la vita e i costumi delle Tremelle oscillatrici, è il più compiuto d'ogni altro.

Il secondo principale e gravissimo argomento del Libro come sopra pubblicato a Lucca fu la non già

(a) *Annales du Museum*. Vol. XII. p. 177.

immaginata o presunta ma dimostrata ad occhio Circolazione del succhio nelle piante. Prime svelarono al Corti questo capitale articolo della teoria de' vegetabili certe specie di Cara (a); la quale è una pianticella sorgente da terra al fondo dell'acque, à le radici, il tronco, e i rami divisi da nodi e traspareisce in maniera di lasciar vedere al di fuori il suo interno. Osservava il N. A. in acqua col microscopio un cannoncello di tale pianta compreso fra due nodi; ed eccoti apparirvi entro due correnti di fluido: una per es. a destra del cannoncello ascende dal nodo inferiore al superiore; giunto lassù il fluido piega il suo corso in traverso, radendo la parete del diafragma formante il nodo, e passa alla banda destra del cannoncello medesimo, lungo la quale rivoltasi in giù la corrente discende al nodo inferiore, per ivi traversando tornare il fluido alla banda destra, lung'hessa rimontare di nuovo, e poi nuovamente discendere dalla sinistra, e così sempre indefessamente. Mirbel à disegnato, in una pianta nodosa, tale andamento di vasi, che ben si confà con la circolazione suddetta (b).

Il movimento visibile del succhio della Cara si eseguisce in condotti o tubi situati all'interno della pianta, sicchè può l'ultima corteccia esteriore levarsi con destrezza, lasciando tuttavia interi quei Vasi e continuata per essi la circolazione. Questa osservasi contemporanea in tutti gli internodj successivi, dalla

(a) Vaillant Acad. des Sciences 1719. p. 18. Tav. 3. fig. 8.

(b) Journ. de Physique Vol. 52. p. 445. Tav. 1. fig. 16.

radice sino alle ultime cime superiori dei rami: nei canoccelli posti a capo l'uno dell'altro, l'ascesa del succhio si fa in tutti per es. a destra, e in tutti pure la discesa si fa per es. a sinistra. Frattanto la circolazione d'ogni internodio o canoccello è indipendente da quella del suo vicino, sia questo antecedente o susseguente o laterale; di modo che recidendo con destrezza tutti i circonvicini e lasciando solitario ed intatto un canoccello solo co' suoi due nodi estremi, il giro del fluido si rianima in esso, e continua dopo per più giorni di seguito, snello e compiuto qual prima. Ho detto, che *si rianima*; perchè qualunque volta si agita o si percuote la pianta, sia pure quanto si voglia sana ed intera, sospende essa allora per qualche intervallo di tempo i movimenti del suo succhio: indi poi lasciata in quiete fra non molto li ripiglia e rimette in vigore.

Il fluido o succhio circolante non cadrebbe sotto lo sguardo, se fosse tutto uniforme ed estremamente puro; ma è una linfa la quale (come il sangue) trasporta seco materie eterogenee non disciolte in essa perfettamente; e con tali impurità diviene capace di mostrare all'occhio armato il ~~suo corso~~. Quel succhio à sapore un po' acidetto e piccante, ed à un non so che di oleoso per cui, facendolo spicciar da suoi vasi, non bene si fonde nell'acqua. Nei giovani pollonecini è sempre più puro, e quindi meno facilmente discernibile che non nei rami adulti e già vecchi. Trascorre entro i canelli lo spazio di circa una linea del piede di Parigi in 20 secondi di tempo

quando va più veloce, ed in 40 e oltre quando si move più lento.

Il voto pneumatico, il freddo, il gelo sospendono il movimento del succhio, ma non lo tolgono irreparabilmente, sicchè esso non torni a rivivere, quando viene restituita al suo stato naturale la pianta. Tingendo con cocciniglia, robbia, o zafferano l'acqua in cui vegetava la Cara, il colore non s'introdusse mai nel fluido circolante.

Il Cav. Fontana emulo e geloso del Corti, perchè Questi pubblicando la Storia delle Tremelle avesse preoccupata la via in cui Quegli si era proposto di correr con gloria, volle vendicarsene; nè osò già negare il movimento del fluido entro la Cara, ma vantò di averlo (dopo il Corti) *veduto meglio e più in tre giorni che non il suo emulo in un' anno*. Alla quale millanteria il Nostro non rispose già opponendo, com'è uso dei meschini letterati, ingiurie ad ingiurie, ma bensì confermando ed estendendo con nuove osservazioni la sua scoperta; e produsse in campo (a) più di 36 altre piante, terrestri la maggior parte, nelle quali svelato avea di fresco un giro di succhio non molto diverso da quel della Cara. Con che rese muto il suo Avversario, fermo altronde e costante nelle sue intraprese.

La Circolazione del fluido nutritivo nelle piante è stata e si può dir che è tuttavia lo scoglio, al

(a) Lettera al Sig. Co. Agostino Paradisi. 8.^o Modena 1775. Stampata anche nel Nuovo Giornale di Modena Vol. 9 p. 195; negli Opuscoli di Milano, e nel Giornale di Rozier.

quale à rotto la dottrina insieme e la curiosità dei Fisici. Hanno essi creduto di potere dall'anatomia delle piante recise indovinare il giro in esse del fluido; e molti ostinati essendo sempre a trovare, com'è del sangue, così una sola generale circolazione di succhio per tutto un'albero, hanno perciò negletto le osservazioni del Corti, considerandole come fenomeno unico, dal quale non possa dedursi una regola generale, mentr' Egli pure lo à veduto ed assicurato in presso a 40 piante diverse. Oso io però sottomettere qui e raccomandare al loro esame, appoggiate principalmente sui Fatti scoperti dal Fisico nostro, le considerazioni seguenti; che essi potranno, se vogliono, riguardar come sogni d'un dabben' uomo.

1.° Nelle piante divise in traverso da nodi, la Circolazione di ciascun internodio è unica, separata, e indipendente da quella de' suoi vicini. Forse è pure unica per tutto, quant'è lungo, il fusto delle piante fornite d'un sol lobo seminale e non divise da nodi, qual sarebbe la *Palma*; giacchè la struttura interna del fusto di questa rassomiglia assai all'analisi d'uno degli internodj suddetti.

2.° Nelle Pianta a due lobi i nodi e gli internodj sogliono essere sparsi e per lo più mescolati fra loro minutamente in tutta la pianta. Se colle Figure 2, 3, 6, 7 della lettera succitata del Corti si confrontino le anatomie delle piante detteci da la Metherie (a), da Mirbel (b), da Ma-

(a) Journal de Physique Tom. 57. p. 283. fig. 8.

(b) Ibid. Vol. 52. p. 336 Pl. 2. fig. 4, 6, 7. E pag. 438 Pl. 2. fig. 1. N. 1. E Vol. 53. pag. 62. Pl. 2. fig. 2, 4.

yer (a), da Jurine (b); si vedrà che le loro celle allungate, alternativamente larghe e strozzate a *mo' di rosario*, e i loro tubi frequentemente interrotti da diaframmi, corrispondono appunto alla tessitura come sopra descritta e disegnata dal nostro Autore. Or Questi à veduto chiaramente e costantemente eseguirsi in tali vasi altrettante circolazioni separate, quante sono le cellette allungate che i nostri Padri chiamarono *utricoli*, e quante sono le interruzioni de' diaframmi che traversano ogn' altra specie di tubi.

3.° Sarebbe un errore credere, che il succhio porti il suo corso ordinario, qual sopra, per entro al largo cilindro centrale, sia delle Trachee sia dei tubi fibrosi sia delle vessiche cellulose. Le osservazioni del Corti dimostrano che la vera, propria, e visibile circolazione di tale fluido si compie lungo le pareti del cilindro interno, per entro vasi incomparabilmente più sottili di esso cilindro o cella interiore; le quali pareti fa duopo dire che sieno più composte di quello che sembrano ad occhio. Colle osservazioni suddette combinano le iniezioni colorate di Mayer, le quali tingevano bensì tutt' al lungo la veste spirale delle trachee, e ricamavano il contorno delle cellette, ma penetravano più di rado entro le medesime, se già non ne erano lacerate in qualche luogo le sponde. Nel vano interno delle trachee, dei tubi fibrosi, e delle cellette si versa pure, anche sino a riempierle, mentre vive la pianta, o aria o

(a) Acad. de Berlin 1789 p. 54. fig. 12, 15, 26.

(b) Journal de Physique Vol. 56. p. 169. Pl. 1. fig. 1, 2; e Pl. 8. fig. 1.

succo; i quali si può giudicare che trasudino dai vasi circolatori distribuiti al lungo delle pareti di esso vano: e tali materie accumulate là entro come in deposito, o spicciano poi fuori della pianta quando si apre loro l'adito, o sono riassorbite di nuovo e rimesse in giro da quei medesimi vasi che le aveano ivi messe in serbo, o da altri organi a ciò destinati.

4.° Poichè ciascun internodio, ciascuna cella, ciascuna parte di tubo confinata da diaframmi, eseguiscano e mantengono la loro circolazione propria indipendente e separata dall'altre parti circonvicine: dunque debb'essere in ciascuna di tali parti una forza vitale che spinga il succhio su e giù al lungo delle sue pareti. L'aver veduto il Corti, che il fluido sospende nei vasi il suo movimento, sol che la pianta sia toccata; è questo un caso simile affatto a quello osservato dal Carradori (a) nella lattuga fiorita e poi dopo in altre piante, simile alle bizzarrie della *Dionea muscipula*, della *berberis vulgaris*, delle *mimose*, ed a tanti altri fenomeni analoghi, che la più dei Botanici credono essere effetto d'una *Irritabilità* propria dei vegetabili, e probabilmente diversa dall'irritabilità animale. Della suddetta forza non conosciamo ancora la natura ed il segreto meccanismo; frattanto veggiamo ch'essa esiste nelle piante, e che viene in loro eccitata singolarmente dalla luce e dal caldo; i quali appunto sono i principali motori della vegetazione, e però anche della circolazione suddetta.

(a) Società Italiana Tom. XII, p. 30.

5.° Vi debbono essere altresì boccucce, col mezzo delle quali un sistema di circolazione parziale comunichi coll' altro, per dare alcuna volta o ricever del fluido. Li sopracitati Autori descrivono sul fianco e in capo dei tubi e delle celle diversi orifizj contornati da un orlo, il quale stringendosi ed allargandosi alcuna volta potrebbe a guisa di *sfintere* aprire e chiudere quando occorra la comunicazione suddetta. Per certo la via non è sempre aperta; imperciocchè Jurine tentò indarno, premendo un orecchio, di far passare il succo rinchiuso nella sua cavità in quella del suo vicino. Fors' anche vi sono forellini assai più sottili degli orifizj suddetti, e quasi invisibili i quali, sia attraverso i diafragmi, sia penetrando le pareti laterali dei tubi, mantengono libera od impedita secondo le circostanze la comunicazione fra tubo e tubo, o fra i vasi circolatori d' un sistema e que' del vicino: simili tubetti trasversali Mayer à delineare nelle sue descrizioni. E forse questi vasellini comunicanti, allo staccarsi delle parti vicine, si otturano e si scancellano affatto, non altrimenti che negli animali si chiude affatto al contatto dell' aria un piccol vaso arterioso reciso. Rimane ora che alla scoperta di tali vie di comunicazione fra un circolo e l' altro, e come e quando esse si aprano e chiudano, non meno che a determinare i congegni per mezzo de' quali l' irritabilità pone in movimento cotante separate circolazioni, gli Studiosi della Natura diriggano l' industria loro, e le indagini sperimentali.

6.° A gran ragione Fisici di primo grido hanno sostenuto, ed altri egualmente celebri han dubitato,

che non esista nei nostri Vegetabili comuni circolazione di succhio continuata ed unica per tutta la pianta, quale osservasi del sangue per tutto il corpo d'un Animale. Un Albero beve da ogni sua banda, colle radici colla corteccia colle foglie, il carbonio l'idrogeno ed il restante suo nutrimento fuso e disciolto nell'umido acquoso della terra, o dell'atmosfera. Questo fluido comincia dal circolare innanzi indietro per quei vasi nei quali s'è la prima volta introdotto, dove trova altre materie già lavorate, in parte almeno, dalla precedente vegetazion della pianta. Di là o si versa a ristagnare per qualche tempo nei vasi di riserva e di deposito, o passa poco a poco negli altri sistemi di circolazione contigui e prossimi a quel primo: sia perchè, aprendosi le bocchette di comunicazione, (1) il fluido venga spinto fuori e verso una data banda da quei parziali sistemi di vasi che ne riboccano; sia perchè (2) venga assorbito ed attratto da altri sistemi o laterali o susseguenti che ne scarseggiano; sia (3) per l'una e per l'altra cagione insieme. Le lagrime della vite in primavera, e il fluido che gorgogliando esce dall'interno di un tronco traforato (a), sembrano appartenere al primo caso; il rin vigorirsi e vivere il ramo reciso ed immerso nell'acqua con qualunque sua estremità, rinnovandone di tratto in tratto l'incisione, appartiene al secondo caso; il succo il quale dai rami delle patate discende ad ingrossare le loro tuberosità sotterra (b),

(a) Coulomb Mem. de Physique de l'Institut tom. 2. p. 246.

(b) Knight Philosoph. Transact. 1806.

ed il passaggio dei succhi in traverso dall' albarno alla scorza, e viceversa (a), appartengono forse al terzo caso. Sono questi movimenti di propagazione, d' equilibrio, di rivulsione, che hanno luogo in date occasioni; non sono una generale unica ed intera circolazione: potrebbe mai dirsi tale l' ascesa lenta e interrotta del succhio, che spende alcuna volta più di un mese a comunicarsi dal pedale dell' albero sino in cima a suoi rami? (b)

7.° Non meritava dunque che se ne facessero le meraviglie l' esperienza di Mustel e d' altri; secondo la quale introducendo in inverno la parte intermedia d' un ramo entro una stufa vi produce foglie e fiori, mentre intanto il fusto della pianta e l' estremità superiore di quel ramo introdotto si rimangono fuor della stufa nudi e assiderati dal gelo. Se il succhio già messo l' autunno in deposito nelle celle e nelle altre cavità del ramo introdotto, combinandosi coll' umido e col vapor della stufa mette in attività quel parziale sistema di circolazioni; che bisogno à quella porzione intermedia di ricever nulla dalle altre rimaste fuori al freddo, per frondeggiare e crescere da se, almeno sino alla più penosa epoca della fruttificazione?

8.° Siam concessi di aggiungere anche una riflessione. Una pianta non è un Individuo solo, come i grossi animali, ma è la società di più migliaia di germogli, i quali o sono attualmente in vigore, o

(a) Knight Philos. Transact. 1877, e 1808.

(b) Walker Edinburgh Society Tom. 1, p. 3.

sviluppare si possono e divenire ciascun d' essi una pianta. In questa società, dovunque è nato o poteva o può nascere un germe, ivi è o nascerà una particolare circolazione di succhio. Nelle piante distinte da nodi, la virtù germinatrice non è nell' internodio, il quale tagliato nel mezzo perisce irreparabilmente; e però non à esso che una sola ed unica circolazione. In quelle piante all' incontro, nelle quali la facoltà germinativa è od era sparsa per tutto, in tali piante i nodi e gli internodj sono sparsi e confusi minutamente per tutto; e per tutto pure vi si incontra un sistema di parziale circolazione che può avvivarsi indipendentemente dall' altre.

9.° Qualunque siasi il valore di quest' ultima Riflessione; Quegli che vorrà comporre una Teoria della Fisiologia vegetabile, che la Natura non isdegni di riconoscer per sua, non potrà deviare mai dai Principj stabiliti prima, i quali derivano tutti dalla scoperta del Corti: e del pari che l' Arveo riguardo al movimento del sangue, il Fisico Reggiano dovrà essere dai posteri celebrato, come il primo scopritore oculare della vera circolazion nelle piante.

Dopo questo insigne lavoro, il N. A. dovette rivolgere di nuovo il pensiero agli Insetti, non più microscopici ed innocui, ma ben visibili ad occhio nudo, e purtroppo dannosi alle coltivate campagne. Molte sono le specie di tali bestiuole, che movono guerra alle piante cereali nel corso di loro vegetazione. La Grillotalpa, la Melolonta comune, la gru-

minicola di Latreille (a), la *Ruficornis* di Fabrizio (b), il *Thryps phisapus* di Bierkauder (c), le Anguillette del grano rachiuico di Roffredi (d); questi e più altri nemici del frumento in erba ne attaccano chi le radici, chi le foglie, e chi il grano chiuso tuttavia entro la buccia. Oltre ai sopranominati uno ve n'è, che in anni favorevoli alla sua moltiplicazione porta il guasto fra i seminati cispadani e li saccheggia miseramente. Al quale pubblico danno volendo porre argine il SOVRANO di Modena ordinò nel 1775 al Corti di indagare la Storia di questo allora incognito verme, e di proporre i rimedj più opportuni a liberarcene. Frutto di questo incarico furono due Opuscoli dal medesimo pubblicati in Modena. (e)

Perseguitò Egli l'Insetto dall'epoca di sua fanciullezza in Autunno, sino all'Estate successiva nella quale sviluppassi interamente. Trovò che la sua larva fugge la luce ed abita il giorno in sotterranea celletta; poi quando non sia gelo, esce la notte, afferra le foglie ed i germogli del frumento ancor tenero, e divorandoli ingordamente ne uccide la pianta. Giunto il Maggio, trasformasi in scarafaggio, il quale continuando nel mal costume ascende notturno ladro

(a) Gen. Insect. Vol. 2. p. 113. Spec. 9.

(b) System. Eleuther. tom. 1. p. 165.

(c) Schwedisch Akad. Jahr 1790 p. 213.

(d) Journal de Physique Tom. 5. 1775.

(e) Mezzi per distruggere i Vermì che rodono il grano in erba. 2.^o 1777. Storia naturale di quegli Insetti, che rodono le piante del Frumento 2.^o 1804.

su per le spighe e ne corrode i grani; terminata poi la messe ed asportati fuori del campo i manipoli, si rintana per fino a tutt'Agosto sotterra; donde finalmente vien fuori di nuovo in Settembre a propagare la specie.

Notò il N. A. qualche diversità nella grandezza e nella forma de' suoi scarafaggi; e vide saggiamente entrar essi nella terza Famiglia dei *Bupresti* di Geoffroy (a); nome che i Naturalisti, per seguire il linguaggio di Linneo, cambiato anno in quello di *Carabi*. Attesa la moltitudine enorme degli Insetti carabici, che il Sig. Bonelli sta ordinando sopra un nuovo piano, e sìachè il suo lavoro non sia interamente completo, non oserei fra i nomi conosciuti ora assegnarne uno esclusivamente allo scarafaggio di cui favelliamo. Dalle spoglie che me ne sono state recate veggio ch'ei cade in una o in più fra le specie seguenti; seppure non ve n'è fra queste, che sieno varietà d'una medesima specie: *Carabus tenebrioides* (b), *Carabus Spinipes* (c), *Scarites picipes* (d). Frattanto dalle osservazioni del Corti impariamo, che gli Insetti carabici non sono già unicamente carnivori e mangiatori d'altri Insetti, come erasi creduto sinora; ma ve n'è eziandio che si cibano d'erbe e di semi.

Un tale pernicioso Insetto reca esso grave rovina solamente ai terreni cispadani? Vi è fondamento

(a) Hist. des Insectes Vol. 1. p. 159.

(b) Rossi. Fauna Etrusca. Mantissa 1. p. 487.

(c) Olivier Entomol. N.º 35. Spec. 73.

(d) Ibid. N.º 36. Spec. 13.

a creder che no. Due anni fa la Società di Storia naturale di Halla fu invitata dalla Prefettura di Halberstad ad esaminare una larva incognita che distruggeva le piante cereali di quei contorni (a). Cinque Membri della Società si recaron sul luogo, e decisero esser quello il *Carabus gibbus* di *Fabrizio* (b); or questo sembra esser lo stesso col *tenebroides* (c) citato sopra di Rossi, nomi che Latreille ha concentrati in quello di *Harpalus tardus* (d); e per conseguenza dovrebbe esser lo stesso con quello del Corti. Inoltre lo Scopoli (e) ha trovato nella Carniola frequente sulle spiche del grano il *Carabus spinipes*, uno di quelli appunto ai quali ho riportato precedentemente le forme osservate dal Naturalista Reggiano. E sembra pure che gli Antichi o di questi o d' altri enunziati da principio sperimentassero il danno; giacchè Plinio (f) ricorda e i vermi che nascono alla radice del frumento, e uno scarafaggio che ne uccide la pianta.

Conosciuto il genere di vita che menano gli scarafaggi mangia-grano, che il N. A. chiamò *artosfugi*, ed avrebbe potuto dire *sitofugi*, ambedue omeriche voci; seppe Egli facilmente indicare le stagioni dell'anno e le circostanze più opportune per dar loro la caccia ed esterminarli. I più esperti Agricoltori concordano sulla poca efficacia d' altri rimedj contro tali

(a) Magazin der Entomologie von Germar. Halle 1813.

(b) Eleutherata tom. 1. p. 189.

(c) Panzer Fauna Fasc. 73. fig. 19.

(d) Gen. Insect. Vol. 1. p. 215.

(e) Entomol. Carniol. Spec. 267.

(f) Lib. XVIII. cap. 17.

schiatte d'animalucci; e ritengono per lo migliore quello di raccogliarli e soffocarli. La Società di Halla, nel caso sopraindicato, per primo ripiego consiglia, che i Maestri di scuola conducano i loro allievi a snidare ed uccidere il Carabo dalla medesima osservato. Il Governo di Milano nel 1784 diede premio a chi recasse una data misura delle Melolonte mangia-viti. Nè il Sig. Lodi, nella Memoria premiata l'Anno susseguente sul medesimo argomento, suggerì altro riparo che quello di ramassarle (a). E così pure Klee.nann nella Memoria che in Germania ottenne il premio intorno alla Melolonta comune (b), propone di obbligare i contadini a farne raccolta; metodo osservato già per Legge da più di un secolo nel Cantone di Berna. Il Ch. Sig. Cav. Re va persuaso ei pure esser questa la miglior via di scemare il pregiudizio de' vermi Sitofagi (c); espone poi negli Annali d'Agricoltura (d) il ripiego felicemente usato da taluno, di inaffiare ove si possa largamente il terreno dopo la messe, perchè s'anneghino entro le loro tane gli appiatativi scarafaggi. I Romani spedirono talvolta un Pretore con legione di Soldati ad uccidere le Locuste.

L'utile fatica del Corti ebbe premio di annua pensione da FRANCESCO III.^o d'Este, benefico Sostenitor degli Studj, e non degenerò, neppure in ciò,

(a) Società patriottica di Milano Vol. 2.^o p. LIX., e p. 44.

(b) Bemerkungen der Kuhrpfalz. Gessellsch. Jahr 1770. 2.^o Theil.

(c) Memoria alla Società d'Agricoltura di Reggio 1848 p. 36.

(d) Vol. IX. p. 185.

da suoi gloriosi Antenati; i quali ebber pensiero mai sempre di animare e favorire le Lettere, ei Letterati; ond'è che sotto il Dominio e col Padrocinio di que' Principi fiorirono in maggior numero che altrove i più insigni Poeti d'Italia. Non sarà forse discaro, ch'io accenni qui in pochi versi i loro più celebrati componimenti.

- Le Donne e i Cavalier, l'Armi, gli Amori,*
Le audaci Imprese, che Bojardo ordio, Mat.^o M.^o Bojardo-
 E compìè Lodovico; il *Duce pio* Lodovico Ariosto.
 Che tornò il *gran Sepolcro* ai primi onori. Torquato Tasso.
- Granata vinta e soggiogati i Mori;* Girol. Graziani.
D'un Pastor fido il tenero disio; Giambat. Guarini.
Elena in Secchia trasformata; il Rio Alessand. Tassoni.
Gonfio e orgoglioso di non proprj umori. Fulvio Testi.
- D'Orbecche* il duro lagrimoso fato; Giambat. Giraldi.
Vergin, che gitta i fior dà un alto grido; Giuliano Cassiani.
Diva immota nel mondo a perir nato. Agostino Paradisi.
- Questi Carmi immortali oltre ogni lido
 Volar sublimi, poichè lor fu dato
 Da bei Genj d'ATESTE albergo e nido.

Ritornando in cammino, parliamo ora di molte esperienze, che intorno ai movimenti meccanici delle corde bagnate e secche alternamente istituì il Corti nelle ore che gli rimanevano libere da' suoi Vermì,

e dal microscopio (a). Tali esperienze furono da Lui dirette ad emendare la non vera Legge, che di que' movimenti aveano data il Volfio ed altri. Fra le comuni corde si può stabilire che ve ne sieno principalmente due specie (b). Nella prima conteremo le fibre animali o vegetabili torte per un solo verso, quali sono le *minuge* da violino, il ~~filo~~ ^{filo} semplice di Canapa o di lino, l' *accia*. L' avvolgimento a spira delle fibre componenti questa prima specie di cordicelle fa sì che tutte le fibre si pongono press' a poco in una eguale tensione, e quindi tirando la corda tutte resistono egualmente. Inoltre esse fibre così torte si stringono insieme in un sol corpo, di maniera che tendendo il filo che ne è composto, non possono più scorrere l'una al lungo dell' altra e disciogliersi, ma si tengono forte in lunghezza, come se ciascuna fibra fosse continuata da un estremo all' altro del medesimo filo. Il disseccamento poi ed il tempo domano le suddette fibre, in guisa che si addattano quasi naturalmente a tutta od a gran parte almeno di quella spirale torcitura e di quello stringimento, che loro à dato l' Artefice.

La seconda specie di corda che può dirsi propriamente *fune*, è composta di due o più fili, già lavorati come pur ora, della prima specie. L' Artefice moltiplica ora i loro giri, torcendoli tutti di nuovo e separatamente con maggior forza per lo mede-

(a) La sua Memoria intorno alle Corde fu stampata molt' Anni dopo nel Tom. XI. della Società Italiana p. 642.

(b) Duhamel Art de la Corderie Chap. VI. e VII.

simo verso di prima: torti così forzatamente pone tutti quelli onde vuole comporre la fune, contigui fra loro, l'uno a lato dell' altro; e raccomanda di tutti un estremo ad un sol capo, che lascia in libertà di girare. Le fila in tal guisa disposte, l'uno a canto dell' altro, procurano coll' elasticità loro di riacquistare lo stato primiero, svolgendo quel più di giri che si è voluto dar loro con tale seconda torcitura violenta; ma questo, nel modo in cui i fili sono stati disposti insieme, non può avvenire, se incominciando dal capo dove sono stati connessi, non si avvolgono uno intorno all' altro a spira ed in senso contrario a quei giri forzati che si erano impressi loro un momento fa. I fili eseguiscano infatti da se un tal movimento retrogrado, di modo che tutto il di più della torcitura forte data per es. a destra produce nella fune composta un' avvolgimento contrario a sinistra: lo che si potrebbe con una Teoria meccanica dimostrare geometricamente.

Il Corti colle sue esperienze trovò per regola quasi generale: che la prima Specie di corde, ossia il *filo semplice*, bagnando si svolge e si allunga; ma la seconda specie, vale a dire la *fune*, bagnata si torce vieppiù e si accorcia. Del che rende Egli buona ragione, come altresì delle anomalie che in tali movimenti succedono. L' Acqua insinuandosi tra le fibre ravvolte le gonfia; e con ciò nella prima specie obbliga il filo a svolgere in parte almeno le sue fibre; onde il filo stesso si storce alcun poco, e per conseguenza si allunga. Ma questo medesimo impeto di sciogliersi i fili bagnati aumenta nella fune della

seconda specie lo sforzo ch' essi fatto vi aveano di avilupparsi nel momento che formarono essa fune, e per conseguenza a norma del detto sopra aumenta la torcitura di quest' ultima, e produce in lei un ulteriore accorciamento. Questi sono gli effetti generali, opposti in apparenza fra loro per le due specie di corda, ma pure derivanti da uno stesso principio. Le anomalie principali consistono in ciò. Che nella prima specie, quando le fibre gonfiate dall'umido e disciolte si seccano poi dopo e si avvolgon di nuovo, non sempre rimettonsi esattamente nello incavo delle spire che occupavano prima; in tal caso il filo disseccandosi non può ritornare al suo stato primiero, e rimane sconcio, disuguale, bernocoluto. Se ora si bagna di nuovo, le fibre trovan modo di allogarsi al loro posto, ed avviene un primo impeto di torcitura parziale, al quale poi succede il consueto generale discioglimento. E per la ragion del contrario accade talvolta nella seconda specie un corrispondente primo sintomo di discioglimento, seguito poi dal comune e regolare contorcimento. Oltre ciò, nel formare la fune della seconda specie l'Artefice le dà alcuna volta un torcimento maggiore di quello che importasse il naturale svolgimento dei fili che la compongono: onde poi essa bagnata comincia dal distruggere quell'ulteriore estraneo torcimento, e sembra in apparenza uscir della regola. In generale ambedue le specie alternamente bagnate e disseccate più volte perdono poco a poco gran parte della naturale elasticità loro, e quindi perdono la facoltà di continuare vivaci ed estesi come da principio i loro movimenti. Questi

sono in breve i principali fenomeni osservati dal Corti nel bagnarsi e seccar delle corde, e questa è la loro esplicazione.

Qui per ultimo, tra le fatiche letterarie del Corti, non farò che indicare brevissimo una Memoria ch' Ei lesse all' Accademia di Reggio intorno al *Pulex aquaticus arborescens* di Swammerdam (a). Alle osservazioni del Naturalista Ollandese aggiunse il Nostro.

- 1.° Che tali animalucci da lui chiamati *Monocli* sono avidissimi della luce del Sole, e però sul mattino accorrono a nuvole colà dove comincia a batter sull'acque il primo raggio del Sol. nascente.
- 2.° Che il loro color naturale è il bianco; e se a Swammerdam comparvero rossi, codesta tinta nasce in loro da un bosco di certi minutissimi polipi microscopici, che qualche volta, ma non sempre, s' impiantano e s' annidano sulle due squamme o guscj ond' è coperta la schiena di quell' Insetto.
- 3.° Che i *Monocli* nuotano eziandio col ventre rivolto allo in sù; per modo che, tutto insieme considerato, non male si paragonerebbono alle Conchiglie bivalvi.
- 4.° Che l' animaluccio suddetto à un cuore guernito di orecchiette, il quale spinge visibilmente il sangue e lo sparge per tutto il corpo, e quindi poi lo raccoglie di nuovo. La conseguente pulsazione dei Vasi che passano vicino agli occhi è cagione che questi sieno in un come tremolio e vibramento continuo.
- 5.° Ch' esso non è

(a) Biblia Nat. pag. 26. fig. 31.

oviparo, ma bensì viviparo. 6.^o Che è *androgino*, ossia capace di propagare la specie senza essere stato dopo la sua nascita fecondato; privilegio che il Bonnet e il Lewenoeck avevano già osservato in alcuni insetti terrestri, e che il N. A. primo osservò in questi acquatici.

Ben a ragione la Fama esaltò il nome del Fisioco nostro per tutta Italia ed Oltremonti; ond' Egli aprì Commercio di studio con molti dei primi Dotti d'allora, e fu associato a più Accademie, e venne invitato da una parte a nuova Cattedra che voleva si per Lui erigere in Parma, e da altra a succedere in quella del Vallisneri a Padova. S' Ei fece tanto in soli otto anni di lavoro; già vede ognuno, qual cumulo di gloria per se e di nuove cognizioni per la Scienza avrebbe procacciato, continuando il rimanente viver suo in così illustre carriera. Se non che dovette nel 1777 abbandonar tutto, e cambiare le sue scientifiche imprese con tutt'altro genere di occupazioni, meno splendide in apparenza e meno dilettose, ma forse in effetto più solide. Era aperto da un secolo e mezzo prima in Modena un Collegio d'Educazione, al quale accorreva da varie Città d'Italia la nobile Gioventù, per ricevervi una istituzione conveniente agli illustri Impieghi ai quali dovea poi essere destinata; e l'Università recentemente eretta in casa contigua al Collegio forniva più facile ai preclari Alunni la via di gustare il più bel fior delle Scienze. Ma quel Collegio trovossi allora in uno stato di

deplorata economia e di interna perturbazione che ne minacciavano discioglimento. In sì fatto pericolo il Sig. Marchese Gherardo Rangone, nome sacro alle severe Muse, non meno che al felice Governo degli Stati Estensi, cercando persona a cui meglio affidare quella scomposta Famiglia, volse, oserò dirlo! non senza mia indicazione, lo sguardo sul Corti. La partenza da Reggio, gli costò sacrifizj: ed omnessi più altri, la SERENISSIMA DUCHESSA gli dimostrò benignamente il dispiacere di perdere in Lui un Consigliere fedele negli affari di Pietà, ed in quell'oziano dio del Secolo. Fra le molte Lettere scrittegli di propria mano da quell'angusta Sovrana, siami lecito di recare almeno pochi fragmenti d'una direttagli due Mesi dopo ch' Egli era già in Modena.

„ Non posso abbastanza spiegarle, quanto mi sia
 „ gradita l'apertura di cuore, eh' Ella mi dimostra.
 „ Veggo quell' incomparabile carattere di sincerità,
 „ che le à acquistato tutta la mia stima ed amicizia;
 „ e veggo la giustizia che mi rende nel credermi pie-
 „ na di cordialissimo interessamento per la sua Per-
 „ sona. Ringrazio ben vivamente il Signore, che si
 „ degna di benedire e prosperare le ottime sue in-
 „ tenzioni e fatiche; nè so abbastanza dirle quanto
 „ io mi compiaccio nel sentirla stimato ed applaudi-
 „ to da tutti La confidenza illimitata, che
 „ aveva in Lei, continuerà anche da lontano, ed in
 „ qualunque circostanza ricorrerò sempre al pruden-
 „ te suo consiglio ed alle savie sue direzioni. Non
 „ si scordi intanto di pregare il Signore per me
 „ &c.“

Il Collegio confidato al nuovo Reggitore in breve tempo risorse e fiorì per vent'anni di seguito, con un copioso numero di Allievi, i quali tornando alle patrie loro con grido di valore e virtù innalzavano tutt'insieme la fama di Quello a cui doveasi un frutto così luminoso. Egli religioso, senza esigere da suoi Giovani troppo affannosa cura di minute superficiali osservanze, istillava nel loro animo i sentimenti della solida e vera cristiana pietà. Economo, ma lontano da spilorceria, ricreò ben tosto vigorosa e prospera la manutenzione della Casa. Dotto, ma scevro da pedanteschi pregiudizj, introdusse nel corso delle prime Classi la lingua Italiana, la Geografia, la Storia, ed a ciò gli fu d'uopo vincere il contrasto de' Vecchj tenaci del semplice Latinismo. Bello era il vedere i giovani Cavalieri, nei tempi di sollievo dagli studj più gravi, ora declamare in domestico Teatro le migliori Tragedie di Racine e di Voltaire; ora esercitarsi in finite pugne, e trattar l'armi, ed intrecciar danze, e frenar destrieri; ed ora d'aspro legno rivestiti il braccio „ dar legge al volo delle grosse palle „; ed altra volta, con numerosa e lieta cavalcata di micciarelli, ire a' luoghi di caccia; dove fatta preda copiosa di lepri e fagiani terminavasi la spedizione con una frugal mensa imbandita sotto qualche villereccio abituro.

Tutto proseguì felicemente sino all'Epoca del 1797, quando la Rivoluzione politica venne a rompere e dissipare la macchina. Il Saggio Corti ricusò di associarsi a follie più che repubblicane, ed uscì del Collegio, il quale da cento Allievi si trovò ri-

dotto a soli quattordici. Indarno ritornò Quegli due anni dopo alla sua sede richiamatovi dall' Austriaca Reggenza, e riconfermatovi dai Magistrati che succedessero nel 1800. Non andò guari, che vittima di nuovi progetti divenne l' Istituto, piuttosto che il suo Direttore, il quale da lunga esperienza persuaso che non potrebbero riuscire chiedeva altamente di uscirne; e frattanto per qualche tempo ancora fu costretto di cedere alle replicate e pressanti insinuazioni di un Ministero, che lo pregiava, e che pure voleva il bene, ma nella perturbazion degli affari non trovava la via di procurarlo. Finalmente nel 1804 ottenne di rinunziare interamente al Collegio, e fu dichiarato Professore d' Agraria nell' Università, conservando pur sempre un sentimento d'amore, e direi quasi di tenerezza, a quella Famiglia che per le sue cure avea sì lungo tempo gloriosamente prosperato. Nel 1809 giunto all' anno ottantesimo d' età, affievolito di corpo e di spirito, ritirossi a suoi lari domestici in Reggio, ed ivi dormì il sonno de' giusti il 3 febbrajo 1813.

Vissi nella stessa Abitazione col Corti sedici Anni in Reggio, e sedici altri in Modena; finchè nel 1794 per li nuovi carichi dei quali un' onorò ERCOLE III., al provvido Governo di cui pochi altri potrebbero paragonarsi, fui costretto a separarmi dall' Amico, non senza scambievolmente dispiacere. Il servizio del suddetto mio Sovrano me trasportò dopo lontan dalla Patria; e quindi nel 1801 dal nuovo Governo inviato fui in simile uffizio a vivere per molt' anni presso una Nazione valorosa e leale, dove mi condi

lungo tempo il piacer della vita la società di prodi Magistrati, di amabili Persone, e di egregj Letterati, e tutt'insieme il pensiero che avrei potuto passar poi l'età mia cadente in compagnia di Colui del quale ora ho narrato la vita, e d'altri miei antichi Amici e Colleghi. Ottenni infatti di tornar l'anno scorso; ed ecco ch' Eglino sono per la maggior parte saliti al Cielo, e di lassù m'invitano e mi fan cenno, esser tempo omai ch'io pure m'appresti a poter ricongiungermi con loro in grembo al Vero. Oh dunque, e sia propizio il momento,

„ Aprasi la prigione ov'io son chiuso,

„ E che il cammino a tal Vita mi serra!

I.

CONSIDERAZIONI SOPRA VARIE PARTI
DELL' OTTICA PRESSO GLI ANTICHI

PRESENTATE ALL' ISTITUTO DI SCIENZE

IN GENNAJO MDCCCKI.



Scopo dello Scritto presente è di portare uno sguardo sopra alcuni Insegnamenti di Coloro, che hanno parlato dell' Ottica ne' bei tempi di Grecia. Se in questo argomento riesco a far conoscere alcune Opere inedite sinora; a risolvere con ragioni nuove e convincenti alcune Quistioni non ben decise fra gli Studiosi; ed a tentare per ultimo qualche nuova esperienza intorno alla Vista: Se a tanto riesco, potrò nudrire speranza, che la mia fatica non sia per riuscire disagiata alla dotta Società, al giudizio di cui ho l'onore di sottometerla.

ARTICOLO PRIMO

Della Prospettiva degli Antichi.

La Teoria del sentimento della Vista à acquistato maggiore solidità ed illustrazione dagli studj riuniti della Fisica, della Geometria, e della Metafisica: ciascuna delle quali Scienze portando su quest'Argo-

l' Ottica, o come l' ha nominata il Danti, della *Prospettiva* d' Euclide, diviene per chi ben vi rifletta una forte Presunzione a persuaderci, che gli Antichi non hanno mai conosciuto per principj rigorosi l'Arte di disegnare con mano sicura le forme degli obbietti visibili sul *Piano di Prospettiva*. Della qual Arte esatta se alcuni Scrittori han voluto spogliarne la Grecia antica, non sono a questa mancati, in Sallier, Caylus, Galliani, Difensori zelanti per sostenere, „ che siavi stata fra i Greci questa Scienza, ardisco, „ no dire, pari ai di nostri „; ai quali ultimi hanno aggiunto recentemente il loro voto Valenciennes o Levêque.

La più seducente ragione, che siasi finora addotta da Coloro, i quali dell' Arte esatta di Prospettiva han voluto far dono generoso agli Antichi, è il seguente passo di Vitruvio. „ Primo, dic' egli, Agatarchos fece in Atene una scena, e ne lasciò Memoria. Da questa eccitati Democrito ed Anassagoras scrissero sullo stesso Argomento; come conven- ga alla direzione degli Occhi, ed alla distenditura de' loro Raggi, stabilito un dato luogo per centro, alle linee suddette corrispondere d' una maniera naturale; talchè da un lavoro incerto nascano immagini certe a produrre forme di Edifizj nella dipintura delle scene; e gli obbietti disegnati sopra tavole piane e poste di faccia, altri compariscano andarsene indietro, altri sporgere innanzi „ (a). Dato il punto ossia Centro da cui lo Spettatore deb-

(a) Vitruv. Prefat. Lib. VII.

be guardare una Fabbrica, ogni Pittore destro un poco a riflettere vedrà, che nelle parti dell' Edifizio, le quali s' allontanano obliquamente dallo Spettatore, la base sembra ad occhio ascendere verso l'alto, il tetto discendere verso il basso, i muri destri piegare a sinistra ed i sinistri a destra; e che però s' ei vuole in un piano posto di faccia allo Spettatore medesimo dipingere un' Edifizio, gli è duopo disegnare secondo un tale andamento le linee delle varie sue parti; le quali linee, comunque sieno tirate a sforzo d' Immaginazione, pare guardate dal Luogo stabilito, fanno comparire nel suo stato naturale la Fabbrica. Queste Riflessioni per la novità loro avranno formato un soggetto di meraviglia, quando fu dipinta la prima Scena; ed Anassagora e Democrito avran preso occasione di scriverne un qualsiasi Trattato condotto alla maniera de' Filosofi del loro tempo; ed Euclide più Geometra di essi ne avrà raccolti e meglio ordinati gli insegnamenti nel suo libro d' Ottica, che tutte realmente comprende le riflessioni suddette. Se i suddetti Autori, i quali non sono mai stati molto rinomati in Geometria, avessero ne' loro scritti avanzato, più oltre del detto sopra, la Scienza della Prospettiva; non avrebbe Euclide mancato d' inserirne nel suo libro le ulteriori scoperte. Nè già le parole di Vitruvio sono equivoche od intralciate, come à voluto farle comparire Meister (a); ma pure esse non notano espressamente i *Punti di Veduta* e

(a) Commentar. Gotting. Vol. 5.

Quella che chiamasi da noi propriamente *Prospettiva*, che forma oggi un ramo separato nell' *Optica*, ed è il fondamento principale dell' arte del Dipintore, appoggiasi tutta interamente a questa prima maniera dello apparir degli obbietti alla Vista. Si considerano in questa parte di Scienza i Raggi visuali come tronchi e spogliati d' una buona porzione di quella lunghezza, che li suggerimenti del Tatto agguingono loro nella nostra immaginazione. Che tali Raggi sien tronchi da un *Piano di Prospettiva* più o men vicino all' Occhio, l' *Apparenza* degli obbietti allo sguardo è sempre la stessa; le parti varie del campo visibile serbano sempre fra loro, nell' *Apparenza*, almeno per un press' a poco, quelle proporzioni di grandezza, che hanno i loro corrispondenti *Angoli visuali* nell' Occhio. Basta solo, che sul Piano segante, il quale nell' Arte diviene poscia la tela del Pittore, i colori sieno distribuiti secondo quella stessa degradazione di forme e di tinte, che esige l' *Apparenza visuale* dell' obbietto. Tutte queste sono Apparenze, che l' Occhio apprendè colla virtù sua propria, senza ajuto o consiglio del Tatto.

Esaminata sotto questo aspetto l' *Optica di Euclide* (che sembra essere pervenuta a noi secondo la tradizione ossia la esposizione di Teone), ed ommesso ciò che v' è in quest' opera di puramente geometrico; non contiene essa che le prime più ovvie e direi quasi grossolane osservazioni della *Prospettiva*. Quarantotto fra i Teoremi ivi enunciati s' appoggiano unicamente ai due seguenti Postulati. 1.º Che l' *Angolo ottico* ossia la divergenza de' due Raggi condotti

di *Distanza* sulla Tavola, come sembra che abbia voluto nella sua Traduzione far loro destramente significare il Galliani. Esse non dicono niente più di quanto ho parafrasato pur ora.

Che se Metodo geometrico e preciso vi fosse stato in Grecia di mettere un Disegno in Prospettiva, ogni studioso di Pittura ne avrebbe, come oggi di costumasi, imparate innanzi tutte le regole, qual Noviziato indispensabile, prima di accingersi all'esercizio dell'Arte. Or ciò sicuramente non si costumava fra i Greci; altrimenti sarebbe stata ridicola e fuor di mano la Confessione di Apelle „ ch'ei la cedeva ad Aselepiodoro nelle misure, e quanto un „ obbietto si debba discostare dall'altro „ in un Quadro (a). Non vi era dunque allora un metodo infallibile di porre nella Pittura al loro luogo le Figure; ma ciò era abbandonato all'ingegno ed alla destrezza di ciascuno Artefice. E quindi è che nei Monumenti superstiti di Pitture Camei Bassirilievi e Medaglie, altronde estimabili, soventi fiato incontriamo erronali di Prospettiva quali oggi non si perdonerebbono al più meschino Artista principiante (b). Ve ne sono bensì altri condotti secondo la prescrizione dell'Arte (c); ma questi non sono moltissimi, e non eccede le facoltà d'un uomo, che sappia governare la propria Fantasia, il separare colla sola forza dell'Astrazione le immagini visibili da ciò che il Tatto à loro comuni-

(a) Plin. Lib. xxxv. c. 10.

(b) Meister ubi supra.

(c) Caylus Méth. des Inscrip. Vol. 23.

cato di estraneo, e il poter copiarle così pure come se Uom le vedesse distese sopra una semplice Tela.

Questo secondo Argomento contrò la Prospettiva degli Antichi è già stato addotto da altri; ma posso aggiungerne due nuovi, ciascuno dei quali basta per mio avviso, a mettere fuor d'ogni dubbio la Tesi che ho preso ad esaminare. Il primo lo traggo dall'Ottica di Tolommeo, della quale parlerò fra poco diffusamente; dove propone egli un Principio, che, se venisse ammesso, a ben poco restringerebbe la speranza di poter deludere i Riguardanti con figure degradate in Prospettive. Secondo lui, nelle moderate distanze l'Occhio sente naturalmente la lunghezza de' suoi Raggi visuali, e sente di propria forza la convessità la concavità l'obblività il luogo vero dei Corpi. Questo Principio lo costringe a non ammettere in quel suo comunque assai esteso Trattato, se non pochi assai Teoremi dell'Ottica d'Euclide; perchè questi cadono la più parte a terra, se l'Occhio di propria facoltà naturale conosce negli obbietti la loro reale situazione e distanza. Stando a questo Principio, l'illusione della Prospettiva non può più aver luogo, se non ne' due Casi seguenti: 1.° Quando l'Occhio per distrazione od errore argomentar vuole la distanza e la positura degli obbietti, non dal natio potere ch'esso ha di sentir la lunghezza de' suoi Raggi visuali; ma bensì e piuttosto dal loro vario lume e colore: „ Con che, dice Egli, i Dipintori „ c'ingannano, colorando con tinte più nebbiose e „ più deboli quelle parti che vogliono farci comparir „ più lontane „. Il 2.° Caso è quando la distanza

degli obbietti da noi diviene così eccedente, che la forza dell' Occhio non giunge a comprenderla: In questo caso accorda Tolommeo, che le Figure rilevate compariranno piane allo sguardo, la Superficie piana che passa presso che a filo per l' Occhio comparirà una linea retta, le Figure quadrate o circolari compariranno bislunghe e sformate in mille diversi modi, secondo la situazione delle varie loro parti relativamente alla Vista. Eccoci finalmente, almeno in questo Caso, alle dottrine della Prospettiva; ma che? „ Ma tenterebbe l' impossibile chi con la più sottile „ indagine volesse comporre una Regola, che tutte „ comprenda queste varie Apparenze „. Dopo una tale sincera confessione di Tolommeo, che pure conosceva in pieno tutti quanti erano stati fino a suoi di i progressi della Creca Matesi, e che ci ha dato Egli stesso la Projezione della Sfera sopra d' un Piano, la quale ne è propriamente la Prospettiva, dopo una tal confessione, chi oserebbe asserire pur solo il Problema della Prospettiva piana essere stato sciolto nella sua generalità dai Geometri antichi?

Il secondo Argomento lo traggo dall' Ottica di Eliodoro di Larissa. Nel Capitolo XIV. del primo Libro di questa sua opera l'Autore (sia questi Eliodoro, o Damiano poco importa) volendo dare un' idea delle varie parti dell' Ottica, pone per terzo la *Scenografia*; la quale Vitruvio nomina altresì, ed alcuni hanno preteso che fosse appunto la Scienza della moderna Prospettiva. Or ecco la Descrizione datacene da Eliodoro (a).

(a) Mi serve dell' Edizion di Parigi A. 1657, che è la più completa.

„ La Scenografia cerca come convenga disegnare le
 „ forme degli Edifizj: Perchè siccome le cose non tali
 „ compariscono quali sono, perciò non le formano
 „ secondo la proporzion loro effettiva, ma bensì le
 „ eseguiscono quali dovran comparire. Scopo dell'Ar-
 „ chitetto si è di far l'Opera simmetrica a vedersi,
 „ e di rinvenire per quanto è luogo un rimedio agli
 „ inganni dell'Occhio, non guardando la reale cor-
 „ rispondenza ed armonia, ma secondo ch' elleno si
 „ presentano alla Vista. Quindi una Colonna roton-
 „ da, perchè guardandola obbliquo gli comparireb-
 „ be più sottile verso il mezzo, egli perciò la forma
 „ verso il mezzo più grossa. E talvolta accade ch' ei
 „ disegna il Cerchio, non come Cerchio ma Elissi;
 „ ed il Quadrato, bislungo; e molte Colonne di varia
 „ grandezza pone in altre proporzioni di numero e
 „ di grandezza. Simile è pur la ragione del fabbri-
 „ catore d' un Colosso, che dà al suo lavoro la sim-
 „ metria dell' Apparenza, affinchè riesca ben propor-
 „ zionato alla Vista: vano sarebbe qui il voler se-
 „ guire la proporzion vera; giacchè tali opere, quan-
 „ do sono portate in grande altezza, non comparisco-
 „ no più quali sono in realtà „. Se si esami-
 „ ni a do-
 „ vere questa descrizione della Scenografia, si vedrà
 „ che tale Scienza non s' avvanzava più oltre dell' Ot-
 „ tica d' Euclide, salvo che per estendersi in quella
 „ porzione la quale cerca di correggere negli Edifizj le
 „ sconciature che l' inganno dell' Occhio può indurre
 „ nella simmetria e forma delle loro varie Parti. Della
 „ quale Arte appunto mi propongo di favellare nel
 „ seguente.

ARTICOLO SECONDO

*Di alcune Regole della Greca Architettura
dipendenti dall' Ottica.*

Vitruvio nella Prefazione al libro settimo protesta d' avere composte le sue Istituzioni col derivarne i materiali dai Greci Scrittori „ come acqua dai fonti, „ e trasportarli al suo proposito; avanzando per „ quelle tracce di loro, ch' ei vide conducenti allo „ scopo „. Onde evvi ragione di credere ch' egli abbia dagli Autori medesimi desunto le varie regole ch' egli propone all' Architetto, per riformare e correggere nella costruzione delle fabbriche gl' inganni e la imperfezion della Vista. Le quali Regole avendo eccitato lunghi dispareri, e quistioni fra moderni Architetti, ho creduto che la miglior via di terminare definitivamente ogni disputa sia di richiamare il tutto al confronto di Principj comprovati e certi dell' Ottica. Potrà questo Articolo venir considerato come un Commento sopra alcuni passi dell' Autore sovracitato, presi sopra tutto dal Capitolo 2.^o e 3.^o del Libro III.

I. La prima regola che prendo qui ad esaminare è quella; con cui Vitruvio stabilisce, che le membra di un' Ordine architettonico le quali debbono essere portate ad un' altezza maggiore di 13 piedi sopra la base della Colonna, sieno costrutte con un Modulo maggiore di quello che porta la legge dell' Ordine stesso; sopra un Modulo tanto più eccedente la regola comune, quanto maggiore è la lunghezza della

Colonna: rimanendo pur sempre ferme, secondo l'ordinanza e la natura dell' Edifizio, le misure e la distribuzion de' suoi membri alla base. Sicchè per esempio dovendosi in una Colonna lunga 12 piedi, al diametro superiore secondo la regola dare i $\frac{5}{8}$ del diametro inferiore; esso diametro superiore dovrà crescere fino ai $\frac{7}{8}$ dell' inferiore in una Colonna lunga 45 piedi. E similmente i membri tutti superiori alla Colonna vorranno essere proporzionatamente ingrossati al di là di quanto prescrive l' Ordinanza, ingrossati d' un' eccesso tanto maggiore quanto la Colonna è più lunga. Di questo suo Temperamento Vitruvio dà per ragione: che le maggiori Colonne „ per la lontananza della loro cima ingannano lo sguardo dell' occhio che vuole ascendere fin là Quando il Raggio dell' occhio monta sì alto, difficoltà incontra a fendere la spessezza dell' Aria; e quindi svenuto a cagione della grande altezza e spossato di forze, incerta rende ai Sensi la misura delle grandezze. Però si deve sempre aggiungere un ragionato supplemento ai membri che formano Simmetria Imperciocchè l' Occhio va in traccia del Bello; e se non carezziamo il suo gusto colla proporzione e coll' aggiunta nei Moduli, onde ciò in che egli s' inganna sia ingrandito dal Temperamento, guasto e disadorno giugnerà ai riguardanti l' aspetto dell' Edifizio „.

Fra i molti Autori dai quali è stato scritto intorno a questo Temperamento, alcuni hanno male in-

terpretato, altri hanno mal combattuto, ed altri, oso dirlo, mal difeso Vitruvio: Per metter la Cosa nel suo vero aspetto e fuor d'ogni dubbio, mi è duopo deviar qui in un' Esame ulteriore, e più minuto di que' che diconsi comunemente *Giudizj* ed *Inganni* dell' Occhio.

Le *apparenze* delle quali abbiamo parlato nell' Articolo precedente, che abbiain veduto formare la Scienza della *Prospettiva* ed una *Geometria Superficiale*, appartengono esclusivamente all' Occhio preso da se solo, e destituito o separato da ogni Comprensione estranea ed accessoria allo spettacolo del Mondo puramente visibile. Ma sino dalla fanciullezza ci siamo avvezzi a chiamare il sentimento del Tatto a sussidio e sostegno di quello della Vista: e il primo entra tuttodì in società col secondo, sia comunicandogli qualche sua attuale osservazione od industria, sia fornendoci la ricordanza di combinazioni lungamente replicate nell' uso giornaliero della vita; le quali osservazioni e ricordanze non è qui luogo a descrivere. Basti avvertire, che per tal mezzo le percezioni del Tatto si congiungono e confondono con quelle dell' Occhio: il quale con tale soccorso sembra acquistarsi la facoltà di conoscere la *Geometria solida*, la *Profondità*: e i varj colori della Prospettiva visibile vanno a prender posto, ciascheduno a quella distanza da noi ed in quel luogo, che il Tatto loro destina; allargandosi alcuni di detti colori e rimanendo altri più o meno ristretti, nella nostra maniera di percepire, secondo che esige la maggiore o minor lontananza alla quale il Tatto caccia ognun d' essi. Questa

distribuzione e distenditura diversa delle Forme visibili originarie non è già opera nè raziocinio dell'Intelletto che argomenti, ma sembra essere piuttosto un semplice congegno della nostra Immaginativa; la quale senza che ce ne accorgiamo, e talvolta anche a nostro dispetto, fonde insieme e contempera li fantasmi dell'Occhio con quelli del Tatto. E quindi nasce una seconda maniera di *apparire* degli obbietti all'Occhio, all'Occhio cioè istruito e modellato dal Tatto. Per disavventura le istruzioni fornite dal Tatto, soprattutto quelle d'*Abitudine*, sovente nell'immaginazion di Chi guarda producono un sentimento ed una apparenza tuttavia discordante dalla realtà del Mondo fisico esteriore. Però è duopo avere altresì riguardo a questa seconda maniera dello apparir degli obbietti alla Vista; e soprattutto importa di non confondere, come per disavventura han fatto Scrittori di grido, questa seconda colla prima *apparenza* sopradescritta nell'Articolo primo.

Imperciocchè la fusione de' due Sentimenti della Vista e del Tatto fra loro, come bene ci serve e quasi a rigor geometrico, per giudicare ad occhio ne' brevi spazj a noi familiari d'una stanza, d'una Piazza, d'una non molto estesa Campagna; altrettanto rimane difettosa e mancante, ove si tratti di riconoscere lontananze maggiori; e manca più presto eziandio, se vogliasi per noi decidere ad occhio dello allontanamento d'obbietti elevati da terra, ed in una regione per la quale non siam soliti camminare. E' Fenomeno costante che, in pari circostanze, gli obbietti assai lontani, quelli soprattutto che non abbia-

mo familiarmente conosciuti sul luogo, compariscono d'ordinario all'Occhio, comunque educato dal Tatto, più prossimi del dovere: e i posti in alto noi li crediamo viemeno elevati di quello che sono in realtà: e fra gli egualmente remoti restringiamo anche viepiù la lontananza di quelli che sono più splendidi. Da ciò poi nasce per necessaria conseguenza, che noi guardando gli Obbietti lontani molto, i sollevati alto da terra, e quei soprattutto fra essi che sono rischiarati da maggior luce, diamo loro una Grandezza minore di quella che abbiano in realtà. Non parlo qui della Grandezza che apparisce all'Occhio solo, e che si suppone essere in proporzione dell'*Angolo ottico*. Parlo della *Grandezza* degli Obbietti, che sorge nella nostra Mente dalla mescolanza del Tatto coll'Occhio; dalla sensazione attuale della Vista combinata e fusa coll'idea della lontananza suggeritaci dalla immaginazione del Tatto. La stessa forma visibile, per un segreto artificio della nostra Fantasia, ci presenta una Grandezza corporea maggiore o minore, secondo che l'Immaginazione ci presenta l'obbietto più o meno remoto da noi. E però quando l'Occhio e il Tatto insieme ci suggeriscono una lontananza minore del vero, noi siamo illusi e costretti nostro malgrado a figurarci quel Corpo più piccolo di quanto esso è realmente.

Non è di mio istituto esaminare con critica severa gli Equivoci nei quali sono caduti eccellenti Filosofi anche degli ultimi tempi, per non avere ben distinto fra loro gl'indicati due generi di grandezza apparente. Rispetto ed onoro la loro memoria; ma per-

chè altri non si lasci più illudere in tale argomento, stimo conveniente di citare qui alcune Osservazioni, comunque in parte già note, le quali forniranno prova insieme ed illustrazione del Principio stabilito pur ora.

1.^o Fissi taluno con coraggio lo sguardo nel Sole non troppo ardente; si sa che l'occhio ne ritragge viva per qualche tempo una macchia lucida, ossia l'*immagine visibile* di quell'Astro. Or vada costui, mentre persiste viva nell'occhio la macchia luminosa, in una camera poco illuminata, e porti quivi lo sguardo su d'una Tavolozza assai vicina all'occhio: troverà su d'essa un cerchio luminoso ma piccolissimo; nè sinchè riflette alla gran vicinanza, riuscirà mai a vedere quel cerchio altrimenti che piccolissimo. Allontani adesso poco a poco la Tavolozza dall'Occhio: vedrà in essa la macchia più e più successivamente ingrandirsi da se medesima, e senza ch'ei sia valevole a ciò impedire. E se poi affacciandosi alla finestra, guarderà verso il Zenit, scorgerà sul Cielo la detta Forma visibile cresciuta in grandezza pari al Sole che fosse colà; e maggiore eziandio la risconterrà, abbassando l'occhio ver l'estremo Orizzonte.

2.^o Trovandomi ozioso ad una finestra in faccia al Crepuscolo della sera, più volte ho creduto vedere Uccelli da lontano volanti per l'aria. Ma tutto improvviso mi s'annunziava il suono dell'ali di moscherini prossimi al mio occhio; e tutta improvviso l'immaginata grossezza d'Uccelli svaniva nella mia Fantasia, restringendosi alla picciolezza di moscherini. Similmente accadendoci in fosca notte di vedere

contro il basso Cielo o qualunque altro remoto Fondo, un' Albero un' Animale a noi vicini, li giudichiamo lontani assai e ce li figuriamo grosse enormi Fantasime: ma se giungiamo a distinguere la prossimità loro, quella spaventosa mole rimpicciolisce ad un tratto, e si riducono a parerci mediocri e comuni, quali sono in realtà.

3.° Uscite nel Campo una sera di bel sereno, in cui risplenda la Luna alta sul Cielo: giunto colà figuratevi un' Accia, che partendo da Voi come centro, vada tesa sino alla Luna; e figuratevi che quell' Accia, fissa un' estremo a Voi come centro, descriva coll' altra sua estremità l' Arco verticale, il quale misura l' Altezza apparente della Luna sul Piano. Vedrete che l' altro estremo dell' Accia, il quale vi sembrò toccare fino alla Luna, discende descrivendo l' Arco a percolare il Terreno poco in là della siepe che chiude il vostro Campo, e bene assai più presso a Voi di quel che sia l' estremo Orizzonte. Ognuno sa che la Luna sembra a noi più piccola sull' alto del Cielo che non verso l' Orizzonte; quantunque verso il Zenit essa imprima sulla retina dell' occhio un' immagine più grande, che non quando sorge o cade all' Orizzonte.

Questi tre Esempi dimostrano, che una medesima Forma puramente visibile ingrandisce o diminuisce nella Opinione di chi guarda, secondo che la Immaginazione riporta la suddetta Forma visibile ad una maggiore o minor lontananza. Li seguenti dimostreranno, che d' ordinario la Immaginazione presenta le lontananze in misura più scarsa di quello che sieno

effettivamente; e quindi poi, a norma del detto sopra, giudichiamo d'ordinario che gli obbietti sieno più piccoli in natura di quello che son realmente.

1.^o Se ci poniamo in un Giardino a capo d'un Viale piano, il quale non sia molto lungo, e vada corredato d'una fila di sei, o sette Alberi per ciascuna banda; non vi sarà difficoltà di figurarci il Viale piano, e le due file di Alberi andarsene parallele fra loro. Ma se li due ordini di Piante ed il Viale continuano per un lungo tratto d'occhio, pur sempre a distanza eguale l'una banda dall'altra, in piano orizzontale; non possiamo difenderci dall'immaginare che il Viale andando assai lungi successivamente s'alza sull'Orizzonte, e che colà le due file d'Alberi s'accostan fra loro tanto più presto quanto il Viale fugge più e più discosto da noi. Valenti Geometri hanno intrapreso a determinare, su quali due linee divergenti convenga disporre le due file d'Alberi, perchè esse pajano in tutta la loro lunghezza parallele fra loro, alla vista di chi si mette in capo del Viale a riguardarle. Siccome la parte del Viale vicina a chi lo guarda comparisce quasi affatto nel suo stato vero e naturale, le due Linee suddette non possono già esser rette, come ha stabilito il Sig. Bouguer: ma qualunque riesca la soluzione del Problema, il tentarla pur solamente suppone che nella grande estensione del tratto, non comprendiamo bene tutta la reale lunghezza del Viale e la vera lontananza delle ultime sue parti. Se la immaginassimo nel suo pieno, vedremmo la parte del Viale lontana un miglio, così piana e così larga, come la

vediamo incominciando dai nostri Piedi fin a trenta o quaranta passi di distanza da noi. Ma perchè manchiamo nel figurarci la vera lontananza, manchiamo altresì nel figurarci la vera grandezza. E così le illusioni della Prospettiva puramente visibile la vincono alla fine, almeno in parte, sull' educazione del Tatto; il quale non riuscendo a correggerle interamente, ne nasce quindi un secondo genere di apparenze diverso dal primo, e pur tuttavia discordante dal vero.

2.° Quando osserviamo da lungi un gruppo di montagne per mezzo alle quali non abbiám fatto lunga dimora e familiari passeggi, ci compariscono le più alte e più lontane quasi toccarsi colle più basse ed anteriori; e ciò massime quando avviene che queste prime son fosche e quelle ultime nevate. Quindi poi ci è quasi impossibile in vedendole così da lungi, comprendere colla Immaginazione la Mole enorme che hanno le più lontane; e le nevate soprattutto compariscono sempre di gran lunga minori e più basse di quello che sono in natura. Un vasto Edifizio di marmi rinibruniti dai licheni e dal tempo eccita un' idea di magnificenza e grandiosità; che sviene e sparisce in gran parte, se lo coprite di un color chiaro e bianco; perchè questo ce lo fa comparir più vicino.

3.° Chi stando fuor di Città ne guarda le Fabbriche sporgere l' una sopra dell' altra come in un Teatro, avrà pena a figurarsi che le sporgenti in alto sien così lontane come pur sono, da quelle sopra le quali sembrano sollevarsi. E chi stando là fuori confronta una di tali Fabbriche mediocri con qualche a

lui vicino Casolare, durerà fatica a persuadersi che sia più grande di quel Casolare. Li Bestiami veduti dal basso della valle pascolare sulla vetta d'un Colle sembrano minori del naturale, soprattutto a Chi non è abitatore di quel Colle; e i Muratori sull'alto d'una grande Fabbrica, a vederli da terra, si rimpiccoliscono nell'opinione di chi li guarda.

Convien dunque riconoscere come indubitato e costante; che nell'esercizio del vedere il medesimo Corpo, oltre la *Grandezza reale e vera*, quella cioè che il Tatto ci fa immediatamente sentire o per se stesso, o soccorrendo quanto è duopo nelle brevi e familiari distanze, la percezion della Vista; oltre di quella, due altre Specie se ne presentano, ambedue di semplice apparenza. 1.° La *Grandezza puramente visibile*, quella cioè di cui abbiamo parlato nell'Articolo primo di questo scritto. 2.° La *Grandezza visibile mista con una Immaginazione di lontananza diversa dalla realtà*, come si è spiegato pur ora. La *Grandezza reale* rimane sempre la stessa, qualunque sia la distanza o reale o immaginaria del Corpo da noi. Delle due *Grandezze apparenti*, la prima cresce e cala in senso inverso alle lontananze reali, e non cambia per cambiare di lontananze immaginate. La seconda al contrario cresce e cala in proporzione diretta colle lontananze immaginate: e qualunque volta la distanza ideata è minore della vera, questa seconda grandezza apparente prende un medio fra la reale e la puramente visibile, avvicinandosi più all'uno o all'altro dei due estremi, secondo che la lontananza immaginata manca più o meno dalla reale. Ciò che

aumenta ancora più la confusione nel ragionare di questi varj generi di Grandezze, si è che l'una è cagione dell'altra: imperciocchè la Grandezza reale produce nel senso dell'Occhio il primo genere di Grandezza apparente. E questa eccita col mezzo d'una lontananza ideale nella mente il secondo genere di Grandezza pure apparente.... Ma è tempo di por fine a queste bensì vere, ma forse omai troppo sottili e metafisiche discussioni, e di ritornare a Vitruvio.

Facile sarà vedere l'applicazione dello stabilito secondo genere di apparenze al Suggerimento del Romano Architetto. I Greci hanno dato ad un'Ordine architettonico, quella Simmetria di parti che eccita in noi il sentimento ed il piacere del Bello, quando tutte le membra dell'ordine stesso si presentano a distanza press' a poco eguale dall'occhio. Ma se la Colonna è assai lunga, le membra superiori portate lassù alto debbono comparire più ristrette delle basse poste in faccia e prossime all'occhio. Fa d'uopo adunque dare alle parti più alte un temperamento di grandezza reale maggior della Regola, se si vuole che conservino in mezzo all'errore nostro quella proporzione che nell'occhio è madre della Bellezza.

Sarebbe ora inutile il trattenerci a formare un lungo esame di tutti Coloro, che hanno pro e contro discusso codesto Argomento, e basterà solo alcuni accennarne di volo. Serlio, Gallacini, Bosse hanno creduto che il temperamento delle membra superiori debba regolarsi colla misura dell'Angolo ottico, per-

chè han riferito l'illusione di cui parla Vitruvio, al primo genere di apparenze visibili quando essa appartiene propriamente al secondo. Perrault (a) taccia in massima parte d'inopportuno ogni rimedio; e pretende che il Senso comune e la lunga esperienza ci abbiano insegnato bastantemente a correggere gli errori della Vista. Ma noi abbiam dimostrato, che questa correzione rimane di sovente imperfetta, specialmente ove si tratti di riguardar verso l'alto; e che si fa luogo quivi ad un nuovo errore, al quale è pur duopo andar contro. Blondel (b) s'imbarazza un poco dell'aver Vitruvio prescritto, che di più Ordini sovrapposti l'uno all'altro il superiore tenga una misura più bassa dello inferiore. Non à veduto che questo è un regolamento conforme anzi alla Natura, e totalmente estraneo alla Quistione presente; nella quale si tratta solo che ciascuno degli Ordini posto in alto od in basso, grande o piccolo ch'ei sia, conservi ad occhio, colà dov'è posto, la Simmetria delle sue proprie membra fra loro. Del resto Blondel si è accostato più d'ogn'altri al vero, adducendo in esempio insigni Edifizj, e la storia nota delle due statue d'Alcamene e di Fidia; e presentando che il Temperamento deve percolare un non so che di mezzo fra la semplice prospettiva, e la realtà. Ma le sue ragioni appoggiate più all'autorità di Fabbriche rinomate, che ad una distinta analisi degl'inganni,

(a) Architecture de Vitruve fol. Paris 1684. Livr. 3. Chap. 2., o Livr. 6. Chap. 2.

(b) Cours d'Architecture fol. 1698. Livr. 4.^{me}

dell' Occhio, non hanno ritenuto i più dei Moderni dal piegare all' opinione di Perrault, Courtonne fra gli altri e soprattutto Meister; il quale in una lunga Memoria inserita nel Tomo VI. della Classe Matematica dei Commentarj di Göttinga, maltratta a lungo questa e le altre regole delle quali parlerò dopo; concludendo a gran torto, che sieno puramente *difficiles nugæ*.

II. Vitruvio reca una seconda Regola dipendente dall' ottica degli Edifizj; per cui vuole, „ che tutte „ le membra superiori ai capitelli delle Colonne, cioè „ Architrave, Fregio, Cornice ec., si facciano piegare „ innanzi, ciascuno un dodicesimo dell' altezza della „ sua fronte „. Di questa Regola avendo il Galliani (a) detto, s' io ben veggo, il più sensato che poteva dirsi, non farò parola ulteriore.

III. Oltre ai due generi di apparenze descritti finora, avvi una terza Illusione che non appartiene esclusivamente nè all' Occhio solo, nè all' Occhio combinato col Tatto: ma appartiene in generale alla natura del nostro Giudizio, qualunque sieno le due idee che noi vogliamo ravvicinare e paragonare fra loro. Se la prima di tali idee supera di molto in grandezza od in vigor la seconda, questa per la prossimità ed il confronto della maggiore perde ancora più nella nostra maniera di concepire, e sembra divenire vieppiù esile di quello che sia in realtà. Questo Fenomeno si estende per tutto il nostro Mondo sensibile ed intellettuale; ma osserviamone pur qui

(a) Architettura di Vitruvio fol. Napoli 1756.

pochi esempj sol nella Vista. Guardate da vicino la Barca entro un Canale basso fra terra, di cui quella rade quasi le due sponde; vi parrà vedere una Barca di qualche importanza. Fate poi ch' essa vada ad uscire in un gran Fiume o nel Mare; e guardatela ora, pur sempre in una distanza eguale a quella da cui la vedeste entro il Canale: paragonata adesso colla vastità del Mare o del Fiume, come la stessa Barca vi sembrerà meschina e disparuta! Un' Albero un' Obelisco, i quali veduti comunque da vicino in vasta e rasa Campagna sembrano di una moderata mole, divengono poi colossali ed enormi, se li portate presso a minori case in un' angusta Contrada. Per ovviare a questa illusione, le Statue, le Palle, gli Ornamenti, che debbono esser riposti su d' un' alta Colonna, in testa d' una gran Cúpola, sopra le cime d' una Fabbrica insigne, vogliono esser formati sopra un Modulo maggiore eziandio di quello che esige il Temperamento dato come sopra per rimedio al secondo genere di apparenze. Imperciocchè tali Ornamenti non solo perdono ad occhio in forza della distanza che loro attribuiamo inferiore al vero, ma perdono inoltre perchè son veduti contro al campo dell' Aria, la quale per la sua vastità li sbatte e li rimpiccolisce vie maggiormente. Da questo motivo nasce una terza Regola data da Vitruvio: Che nel Porticato esteriore d' un Tempio, quando gl' intercolonnj sono assai larghi, in pari altezza debbe darsi alle Colonne un diametro maggiore. „ Poichè se nel „ Portico a larghi intervalli la grossezza della Colonna è solamente un decimo dell' altezza, magra e

„ sottile comparirà ; atteso che nel gran vano degli
 „ interstizj l'Aria consuma e scema la grossezza ap-
 „ parente dei fusti: ed all' incontro nel Portico di
 „ stretti intercolonj se la grossezza sia un ottavo, la
 „ frequenza ed angustia degl' interstizj renderà gon-
 „ fio e deforme l' aspetto de' fusti E così pu-
 „ re le Colonne angolari (in ogni Sorte di Portico)
 „ van fatte nel loro diametro un cinquantesimo più
 „ grosse; perchè sono recise intorno dall' Aria, e sem-
 „ brano più sottili ai riguardanti. La onde ciò in cie-
 „ gli occhi s' ingannano, vuol essere pareggiato col
 „ Calcolo „. Questa Prescrizione di Vitruvio parte
 dalla pur ora efunziata natura de' nostri Giudizj; che
 è principio vero, e non meritava di essere messo in
 dubbio: nè meritava d' essere abbandonata la ragio-
 ne, che Vitruvio ne adduce, per mendicarne altre
 men vere; sia dalla imperfezione delle Viste miopi,
 sia dall' apparenza obliqua degli angoli esterni d' una
 Fabbrica, sia dal bisogno di maggior Solidità nelle
 Colonne angolari.

IV. Ma ecco una quarta Finezza ottica degli
 Antichi intorno ai Porticati medesimi. Nel loro in-
 terno, dove il vano dell'aria sbatte meno, si potran-
 no costruir le Colonne più sottili di fusto. E se mai
 dopo si vedesse in prova, che queste Colonne inter-
 ne compariscono esser riuscite un po' troppo sottili
 alla Vista, rimedio vi sarà, dando loro un maggior
 numero di scanalature che non alle Colonne estero-
 ri. Un Corpo nel quale distinguiamo un maggior nu-
 mero di parti, comparisce egli per ciò solo più gran-
 de alla Vista? Plotino ne era così persuaso, che da

ciò solo fece dipendere la ragione per cui gli Obbietti lontani compariscono più piccoli della realtà (a). Se due Obbietti son simili, e ambidue contengono parti simili, e non molto diverse fra loro in grandezza, avverrà forse che un maggior numero di tali parti nell'Obbietto minore vaglia a compensare ad occhio quel poco di che esso manca in grandezza. Inoltre, poichè la misura delle grandezze nella nostra Mente è sempre un' affare di paragone o con altri obbietti all' intorno, o con le parti componenti quella grandezza; in quest'ultimo caso eziandio potrà aver luogo l'industria dell'accrescere il numero delle scannature, per far comparire la Colonna più grossa.

V. Dipenderebbe mai dalla stessa ragione ottica spiegata sopra nel §. 3.^o, chè le Colonne vadano ingrossate verso la metà della loro lunghezza? Vitruvio propone questa regola nell'occasione stessa in cui parla degli Artifizj descritti finora: e che un tale ingrossamento lo facessero gli antichi dipendere dai principj dell'Ottica, ben lo dimostra l'averlo Eliodoro annoverato sopra fra le prescrizioni della Scenografia. Intanto non è se non troppo vero, che la più parte de' Moderni hanno qui non rettamente interpretato l'idea dei greci Precettisti; comè se questi avessero voluto che il diametro di mezzo della Colonna riesca maggiore del diametro di fondo. Avviso già è lungo tempo, Auzout, che non era questo il loro intendimento; nè di tali Colonne si veggono molti esempj nelle buone Fabbriche antiche. La Colonna nella sua

(a) Ennead. II. Lib. 8.

costruzion primitiva fu già un Cono tronco; il quale se sia condotto da fondo a cima coi lati rettilinei, in una sì grande lunghezza riesce magro e sparuto allà Vista, sia per lo vano dell'aria che lo sbatte più che altrove nel mezzo; sia per lo troppo uniforme andamento, privo di quel sapore di grata Varietà che poi desta il piacere del Bello. Era conveniente adunque il dare alla Colonna conica un'aggiunta un ringrossamento verso il suo mezzo; ma gli Antichi non hanno mai detto che tale ringonfiatura debba eccedere il diametro inferiore. Paoli (a) ha trovato nelle Colonne dell'Atrio di Pesto questo rigonfiamento od *Entasi* non maggiore del diametro di fondo. Perchè poi in queste Colonne il diametro di cima era estremamente ristretto sino a rimanere i $\frac{4}{5}$ del basso, egli crede quindi, che un ingrossamento minor della base non abbia potuto trovar luogo nelle Colonne greche, le quali hanno un restringimento alla cima assai minore di quello delle Colonne di Pesto. Eppure supponendo anche in una Colonna greca la grossezza di cima i sette ottavi di quella della base ed i lati rettilinei, il suo mezzo riuscirebbe ai $\frac{15}{16}$ del basso; vi è dunque luogo tuttavia ad ingrossare quel mezzo d'un sedicesimo, senza che vada a sporgere fuor del suo fondo. Nel Disegno che Desgodets (b) ne à dato, le tre belle Colonne del Tempio di Giove Statore in

(a) Rovine di Pesto. Dissert. V. §. 16 e segu.

(b) Edifices antiques de Rome p. 55.

Campo vaccino, sono nel loro mezzo press' a poco rigonfiate della sopradetta misura; eppure dalla base ascendendo sinunniscono continuamente. Li Maestri dell'Arte vedranno su quest'esempio se non fosse più elegante abbandonare in primo luogo tutt' affatto l'idea della Colonna cilindrica al basso, conducendone invece mai sempre i lati per una Curva continua e seguita da fondo a cima: indi e molto più rigettare la diminuzione della Colonna verso il fondo. Per tale intento basterebbe conservare bensì l'uso della Concoide nella affilatura delle Colonne; ma invece di situarne il vertice al terzo, metterlo più al basso del fusto: e si potrebbe applicare con la dovuta restrizione ad ogni specie di Colonne la curvatura trovata dal Paoli in quelle di Pesto. Nell' un modo o nell' altro, si eviterebbe la magrezza dei lati rettilinei da una banda, e la deformità del ventre soverchiamente pregnante dall' altra.

VI. Forse non otterrei perdono, se abbandonassi questo Articolo, prima d' aver fatto menzione dei tanto celebri *Scabelletti diseguali*, che son pure in Vitruvio un rimedio alle illusioni ed apparenze dell'occhio. Dove parla dei Portici da costruirsi intorno ai Tempj, con colonne elevate sui Piedestalli; „ fa duopo, dic' Egli, spianare il Piedestallo in modo, che abbia nel mezzo un' aggiunta per scabelletti diseguali; poichè se fosse tirato a livello, „ sembrerà incavato alla vista „. Debbo io confessare la mia semplicità? o compiangere piuttosto il destino di tanti Uomini insigni, i quali si sono dati pena per istorcere a forzate spiegazioni quel passo,

dopo l'interpretazione recatane dal Baldi? (a) La quale sembrami pure la sola naturale e la vera. Imperciocchè 1.° Vitruvio ammette che qualche volta si ponga da tre bande del Tempio un parapetto, e qualche volta no; anzi nella parte davanti non lo pone mai; ma l'aggiunta al Piedestallo non è da lui ristretta al caso del Parapetto. Dunque essa non può essere uno sporto del Piedestallo relativamente al parapetto, come pensa il Sig. Marquez (b). 2.° L'aggiunta viene prescritta farsi al Piedestallo in generale, e nel suo mezzo: dunque essa non è un Cuneo, che fosse destinato a far piegare un pochino verso il Tempio le sole colonne dei fianchi, come amerebbe il Sig. Meister (c): nel qual caso inoltre l'aggiunta non cadrebbe *per mezzo* del Piedestallo, ma solo da una banda del medesimo. 3.° Vitruvio non vieta di tirare a *riga* od a *filo* il piano del Piedestallo, ma vieta di tirarlo a *Livello*. Or qual è il piano del Piedestallo, che può tirarsi o no a *livello*, fuorchè il superiore? Su questo adunque debbe porsi l'aggiunta, e non sulla faccia anteriore e verticale, come sospetta il Sig. Galliani. 4.° Poichè nel caso del parapetto le sue cornici debbono combinare con quelle del Piedestallo, questo dunque era innalzato sul pavimento del Portico; onde se alla sua altezza si aggiunga quella della scalinata da montare al Tempio, il piano superiore del Piedestallo rimaneva sempre

(a) Poleni Exercitationes Vitruvianae tertiae.

(b) Delle Case degli Antichi. Roma 1795. E Delle Ville di Plinio. Ivi 1796.

(c) Comment. Götting. Vol. vi.

in tale costruzione più alto dell'occhio di chi stando fuoriolgevasi a riguardare la Fabbrica. Ed in tale positura il Baldi à chiaramente provato, che senza l'aggiunta d'uno scabelletto in cima al Piedestallo, questo comparirà, ponendovi sopra la colonna, incavato alla Vista. 5.° Perchè *diseguali* gli scabelletti? si perchè secondo la maggiore o minore elevazione del Piedestallo al di sopra dell'occhio, più o men alti debbono essere, come ne ha recato esempj il Baldi medesimo; si perchè rimane bensì spianata a livello quella parte del loro dorso, dove portano la colonna, ma poi si assottigliano poco a poco all'intorno fino a morire sull'orlo del Piedestallo, secondo gli esempj veduti dal Temanza e dal Piranesi (a). 6.° I Capitelli altresì non debbono avere del loro abaco il piano superiore spianato a livello, ma vuolsi colà pure aggiungere uno Scabelletto corrispondente a sostener l'architrave; come vedesi eseguito in molte Fabbriche antiche, soprattutto in cima ai Capitelli del Tempio di Giove Tonante, e dell'Arco di Tito (b). 7.° Nè tali scabelletti erano già disegnati al bisogno di pareggiar le colonne diseguali, di inclinarne alcune, di impedire la rottura della base o del capitello, come interpreta il Newton (c); ma erano secondo l'intenzion di Vitruvio proporzionati all'uso che il piano superiore del Piedestallo e del Capitello non sembrassero incavati.

(a) Della Magnificenza ed Archit. de' Romani §. 72.

(b) Des Godets p. 58. v. e 82.

(c) Nelle Note alla Traduzione Inglese di Vitruvio.

ARTICOLO TERZO

Optica di Tolommeo.

Questo Libro che gli Storici della Letteratura Greca e della Scienza ottica riguardarono come smarrito, esiste realmente in più Biblioteche, ridotto da una Versione Araba in un cattivo Latino, per opera di un certo *Ammirato Eugenio Siciliano*. Io lo trascrissi nel 1797. dal Codice 7310. della Biblioteca Imperiale di Parigi; ed avendo trovato il Codice scorretto, e in più luoghi inintelligibile, l'anno seguente ne confrontai e corressi la Copia sopra un miglior Codice, che è il N.º *F. D. 451.* della Biblioteca Ambrosiana. Darò qui di tale Versione un' Estratto fedele, che spero soddisferà bastantemente la curiosità dei Filosofi insieme e degli Eruditi.

I. L' Opera è divisa in cinque Libri; de' quali il Traduttore avverte che il primo non si è trovato nell' Arabo. Tolommeo nel principio del secondo Libro dice d' avere spiegato nel primo „ tutociò che „ riguarda la Vista e il Lume; qual comunicazione, „ somiglianza e differenza abbiano insieme riguardo „ alle Facoltà e al Movimento loro; e quali differenze specifiche ed accidenti abbia ognun d' essi „. Dal contenuto de' susseguenti Libri si vede, che questo primo intendeva sopra tutto a stabilire l' Opinione comune ad Ipparco, Platone, Euclide, Galeno ed alla più parte de' Geometri, e Filosofi antichi: *Che la Vista si fa per emissione di Raggi visuali fuori dell' occhio;* i quali vibrati lungi da esso per linea

retta con rapidità sorprendente, secondo Tolommeo, se giungono ad urtare in un corpo rischiarato dalla Luce, ripercotono quindi sull'occhio l'azione loro e vi eccitano la sensazione del vedere. Sembra che Eliodoro di Larissa nel compilare la sua ottica tenesse in mano questo primo Libro: ei debbe certo avere da esso ricavata l'esperienza, con cui dice essere stato dimostrato per mezzo d'istromenti meccanici da Tolommeo, che il *Campo visibile* dell'occhio è compreso dentro un Cono rettangolo avente il vertice nell'occhio stesso. L'esperienza riportata poco dopo da Eliodoro si è: che noi vediamo ad occhio immobile la quarta parte del Cielo, e dell'Orizzonte; e se poniamo l'occhio sulla circonferenza d'un cerchio, noi vediamo d'un tratto solo il Semicircolo intero. E' probabile che da questo Libro altresì abbia tratto Eliodoro il parallelo che fa nel suo Capitolo duodecimo dei pretesi Raggi visuali lanciati fuori dell'occhio coi Raggi della Luce vibrati dal Sole. E siccome nel medesimo Libro ora perduto trattavasi del movimento rettilineo dei Raggi visuali, convien dire che in tale occasione vi si favellasse altresì del movimento rettilineo degli Elementi in generale, giacchè Simplicio (a) ricorda un tale proposito, come tratto dall'Ottica di Tolommeo.

II. Il secondo Libro è un Trattato metafisico piuttosto che geometrico, per mezzo al quale escono sovente Osservazioni vere, intorno alle idee che ci vengono per mezzo della Vista, e agli errori che

(a) In primum de Caelo.

commettiamo in riguardando. Farò per tutto questo secondo Libro parlare in compendio l'Autore stesso, senza frapporti di mio riflessione veruna.

La Luce ed i Colori sono l'obbietto proprio ed immediato della Vista. Il Colore è una parte dei Corpi; esso è la loro crosta esteriore; e sebbene abbia duopo della Luce per poter reagire contro i Raggi visuali che l'occhio vibragli contro, pure è desso il Colore che attuato dalla Luce nel vedere eccita l'affezion principale e propria di questo Sentimento; in modo che tutte le altre percezioni della Vista sono secondarie, e dello stesso genere che quelle del Sentimento del Tatto.

Noi veggiamo meglio e più forte un' Obbietto: 1.° Se è rischiarato da maggior luce; 2.° se lo guardiamo con ambidue gli occhi; 3.° se ci presenta la sua faccia direttamente; 4.° se è assai denso, e non diseguale di superficie; 5.° se è ad una moderata distanza; 6.° se trovasi contro alla direzione del nostro Asse ottico.

Conosciamo le *Tenebre* dalla mancanza di colore, in quella guisa che conosciamo il *silenzio* dalla mancanza di voce.

Sei son le Idee, che nascono nella Vista insieme col Colore, come Qualità secondarie, che la Mente ritrova farsi compagne alla sensazione primaria di esso Colore: e son tali Idee quelle di *Corpo*, di *Luogo*, di *Grandezza*, di *Figura*, di *Moto* e di *Quiete*.

L'Occhio si forma l'idea di *Corpo*, perchè sente nei Raggi ch'ei lancia fuori una opposizione, per cui essi trovando resistenza assoluta o difficoltà a pe-

netrare più oltre riportano indietro all' occhio il contraccolpo che provano da tale opposizione. Perciò la Vista giudica più solidi e corporei quegli Obbietti che hanno Colore più carico.

L' Occhio si forma l' idea del *Luogo* d' un dato Corpo; perchè sente la *direzione* dei Raggi visuali, i quali esso manda a percuotere quel Corpo che sta riguardando, e sente insieme la *Lunghezza* dei medesimi Raggi, qualunque volta essa non sia eccedente.

Gli Occhi son due; e ciascun d' essi ha una sensazione di *Luogo* corrispondente alla direzione del suo *Asse ottico*, e de' Raggi laterali all' Asse medesimo. Quindi l' obbietto guardato con due Occhi compare in uno o due Luoghi, ossia compare semplice o doppio, secondo che i *Raggi visuali* che si corrispondono nei due Occhi vanno a coincidere o no sull' obbietto. Nascono quindi varie singolari apparenze di obbietto duplicato, le quali si osservano alzando sopra una Tavola due bastoncelli, in posizioni o distanze diverse riguardo ai due Occhi. Ma noi abbiamo innato l' impulso di far coincidere i nostri due Assi ottici sopra l' obbietto che vogliam riguardare, girandoli ciascuno quanto occorre a destra o sinistra, con rapidità estrema; e così vediamo l' obbietto nel suo vero *Luogo*.

L' Occhio misura la *Grandezza* d' un *Corpo* dall' ampiezza del diametro della base della Piramide visuale ch' ei getta su quel Corpo, paragonata da lui colla *distanza* che sente delle varie parti della medesima base. La distanza maggiore o minore d' una linea retta, la sua posizione più o meno obbliqua

all'occhio, e l'angolo visuale ch'essa forma nell'occhio stesso: questi sono i tre Elementi, dai quali sentiti od immaginati e poi combinati insieme, la Ragione deduce praticamente la misura della linea suddetta. Quando manchi all'occhio la cognizione dei due primi Elementi, (come suol accadere nelle troppo forti lontananze) allora non ci rimane più che la semplice grandezza dell'angolo visuale, per argomentar la Grandezza dell'obbietto. Insussistenti sono le prove addotte nella dimostrazione del primo e secondo Teorema dell'Ottica d'Euclide.

La *Figura* si conosce alla Vista per mezzo della forma, che à la base della Piramide visuale la quale esce dall'occhio, e va ad urtar nell'obbietto: in questa base l'occhio sente il *Contorno*, il *Concavo*, il *Convesso*, il *Rilevato*, il *Declinante* ec.; poichè sente la lunghezza e la direzione di ciascuno dei Raggi visuali che costituiscono come in fascio la Piramide suddetta, e che vanno a battere su d'ogni punto della medesima base. Se poi la lontananza dell'obbietto sia tale, che i Raggi della vista nel lungo cammino affievoliscano, e gli angoli ottici delle minute parti dell'obbietto svaniscano; l'occhio non distinguerà più nè le parti angolari del contorno della sopranominata base, nè la diversa lunghezza dei diversi Raggi visuali che vanno a terminare su d'essa: e in tal caso le Figure rettilinee compariranno alla vista essere tondeggianti; e le Superficie convesse o diseguali sembreranno esser piane. Questa è la ragione per cui il Sole e la Luna compariscono a noi in figura di semplice Disco.

La Vista dice *moversi* un'obbietto, quando rimanendosi fermo l'occhio, l'obbietto in un *tempo* breve ma sensibile passa successivamente dirimpetto ad altri ed altri Raggi visuali; o quando rivolgendo l'occhio il suo Asse ottico altrove, l'obbietto non corrisponde più a quei Raggi visuali, ai quali dovrebbe trovarsi in faccia, se fosse stato fermo nel tempo che l'occhio à girato altrove. Il Tatto è, che sente questo rivolgersi dell'occhio intorno, com'ei sente il girare che facciam della Mano intorno all'oscuro. Se il Moto si fa in breve tempo, riesce incomprendibile alla Vista; così accade alle parti d'una Rotella che giri rapidissimamente intorno al proprio asse. Se all'incontro il tempo è soverchiamente lungo, il Moto riesce del pari invisibile; perciò non comprendiamo ad occhio direttamente il movimento delle stelle sul Cielo.

Passiamo ora a parlare dei Difetti Errori ed Abbagli della Vista. Alcuni di questi son comuni pure agli altri Sentimenti. Che per esempio taluno vegga meglio o peggio d'altre Persone un'obbietto, ciò dipende dal temperamento della sua Macchina. I Raggi visuali escon dall'occhio ingombri da una non so quale Umidità, la quale nei Raggi d'alcune Persone si dissipa tosto usciti, e queste veggono ben da vicino: in altre i Raggi debbono trascorrere più oltre, prima d'essersi liberati da tale Umidità, e queste veggono bene un po' più da lontano. Se un'obbietto piccolo messo vicino ad un grande impiccolisce vieppiù; se un color debole posto a lato d'un vigoroso illanguidisce vieppiù: negli altri Sentimenti eziandio

certe sensazioni incontrandosi da vicino con altre si combattono ed offendono scambievolmente.

Altri Inganni occupano la Vista, non per colpa o difetto dell' Occhio, ma per cagion dell' obbietto o della luce. La Luna eclissata presenta un colore, ch' essa non mostra negli altri tempi, „ perchè nel „ tempo delle Ecclissi la Luna è in una specie d'ombra, „ bra, atteso che la Terra che le copre il Sole è „ molto lontana da lei; ma negli altri tempi la parte „ oscura della Luna trovasi nel bujo, atteso che „ tocca d' appresso quella metà del suo Globo, per „ cui le si toglie la luce del Sole; onde la Luna più „ lunge riceve nel primo Caso che nel secondo „. Il colore d' un' obbietto cambia per la riverberazione del colore d' altri corpi vicini a lui: cambia per la lontananza, la quale facendo sparire i varj colori delle minute sue parti, li mescola e trasforma in un solo. Così pure in una Rotella, che gira veloce intorno al proprio asse, le varie tinte che si trovano sul circolo della rotazione vengono fuse insieme in una sola; perchè dura tuttavia nel senso l'impressione d' una tinta quando giungonvi le altre. Per simil ragione le Stelle cadenti, attesa la velocità del loro trascorrimento, sembrano lasciar dopo se una lunga striscia di Luce.

Molti Errori intorno al Moto sono difetto del Raziocinio, e non della Vista. Se un Disco si rota veloce intorno ad uno de' suoi diametri, veggiamo costante la lunghezza del diametro intorno al quale esso si ravvolge; ma gli altri suoi diametri li vediamo quasi sempre più brevi, perchè nel girare si met-

tono per lo più obbliqui alla Vista; e quindi rotando il Desco, sebbene sia circolare, ci apparisce di forma ovale e bislunga. Quando facciam viaggio, la Luna e le Stelle sembrano venire in nostra compagnia; imperciocchè lo spazio che trascorriamo camminando è un nulla in paragone della loro grande lontananza; e quindi non troviamo che per nostro andare esse abbiano cambiato luogo riguardo a noi. Dei corpi equiveloci il più piccolo sembra andare più presto, come per es. una Barchetta che va in compagnia d'un grosso Vascello; la ragione di ciò è, che siam soliti misurare lo spazio percorso, considerando le quante volte il Corpo in movimento à cambiato il luogo che occupava.

Gl'Inganni appartenenti in proprio al sentimento della Vista risguardano in primo luogo la sensazione principale dell'occhio, vale a dire il Colore. Quando un color troppo vivo inprime sì forte l'aspetto di se medesimo nell'occhio, che questi lo conserva e lo trasporta poi sugli altri obbietti da lui guardati in seguito: quando vediamo, l'uno attraverso l'altro, due Corpi diversamente colorati, il primo de' quali sia qualche poco trasparente: e quando finalmente su d'uno Specchio colorato guardiamo assai obliquamente per riflessione alcun Corpo: in tutti questi Casi noi confondiamo due colori in uno, dandogli così composti insieme ad un' obbietto il quale è realmente un color semplice suo proprio.

Se guardiamo la Superficie d'un Lago increspata da un legger venticello, dirimpetto al Sol già cadente: ciascuna delle piccole Onde, che giace sotto

la linea tirata dal Sole a noi, rimandaci un' immagine di quell'Astro; e formasi quindi sul Lago una riga di tali immagini, la quale presenta all'aspetto di chi la vede una lunga luminosa Trave distesa sulla faccia dell'Acqua.

In 2.^o Luogo la Vista va soggetta ad Errori suoi proprj riguardo alle idee secondarie e conseguenti al Colore. Sul vero *Luogo* dell'Obbietto s'inganna la Vista: quando i Raggi visuali corrispondentisi nei due occhi non coincidono sul medesimo obbietto, come abbiamo spiegato sopra: o quando per riflessione o rifrazione il Raggio visuale distorce dal suo retto cammino; nel qual Caso gli obbietti o ci appajono in una *direzione*, e spesso ancora in una *distanza* non vera; o si mostrano moltiplicati in più *Luoghi*; o ci sembrano travolti in modo che le Cose più alte pajon più basse, le situate a destra pajono a sinistra ec. La riflessione e la rifrazione sono pure cagione che la Vista s'inganni riguardo alla vera *Grandezza* e *Figura* dei Corpi: Se per es. i Raggi visuali son rotti da una superficie *convessa* o *concava*, l'Angolo ottico cresce o cala; onde la distanza dell'obbietto rimanendo sempre la stessa, questo pare a noi *ingrandirsi* o *diminuirsi*. Altre volte i Raggi rotti ci presentan l'obbietto *gnato* e *sformato* della sua vera figura, di maniera che una linea retta ci sembra curva, il Remo mezzo immerso nell'acqua comparisce rotto ec. S'inganna finalmente la Vista riguardo al *Moto*; quando l'occhio vacillando per vertigine od altro, fa che noi trasportiamo il di Lui movimento sugli obbietti; o quando

attraverso un Ruscello, che fugge tremolando, ci sembra vedere il di lui fondo tremolo egualmente, perchè ne veggiamo le parti con altri ed altri Raggi diversi per salto.

Queste sono le Illusioni che nascono dal senso della Vista direttamente. Un' altro genere d' Errori proviene dalla Ragione, la quale non riflette a dovere sulle qualità visibili; ma si fida a considerazioni non convenienti allo scopo ed insegnamento della Natura. Invece di giudicare la lontananza d' un Corpo dalla lunghezza dei Raggi ottici da noi sentita, che è il giusto criterio di essa lontananza, noi vogliamo talvolta argomentarla dal colore più o men vivo; e diciamo più lontane le parti che hanno tinte più languide; lasciandoci per tal mezzo ingannare dai Dipintori. Montati sopra d' un eminenza e non osservandone l' elevazione, ci par di vedere le basse campagne sottoposte all' intorno di quell' eminenza essere nel medesimo piano con noi, perchè badiamo alla sola *direzione* de' nostri Raggi visuali, senza considerarne la *lunghezza*. Dall' imprudenza nostra di giudicare delle *Lontananze* col mezzo d' un improprio Criterio nasce poi altresì un falso giudizio intorno alla *Grandezza* del Corpo veduto; la quale misurandosi dai due elementi dell' Angolo ottico e della Lontananza, se quest' ultima viene desunta invece dal colore, dovrà un' obbietto di più debole tinta comparire maggiore della sua vera misura. Dalla stessa imprudenza nasce falso giudizio circa la *forma vera* del Corpo: Se per esempio, avendo il Sole alle spalle, guardiamo sul mare la Vela gonfia da un vento il

quale spiri uscendo dalla banda del Sole; le parti di mezzo della Vela ci appajon più splendide, perchè ricevono il Sole e la Vista nostra direttamente; quindi badando noi solo alla tinta delle varie parti della Vela, e non alla lunghezza dei Raggi visuali, giudichiamo le parti più splendide essere più prossime a noi, e crediamo perciò che la Vela ci presenti un convesso, mentre in realtà essa presentaci un concavo. I Pittori coloran più splendide le parti del Quadro che ci vogliono far credere più rilevate e sporgenti.

Circa il *Moto* osservato colla vista, la Ragione pur talvolta c'inganna. Per esempio se un' obbietto in movendosi sparisce dall'occhio prima di averne passato l'intero Campo visibile; come fanno le Scintille che scoppian dal fuoco, e i corpi che attraversano nell'oscurità una non grande apertura; crediamo tali obbietti moversi con rapidità estrema, perchè in breve tempo non vedendoli più giudichiamo che abbiano in quel brevè tempo trascorsa l'ampiezza tutta della comprensione dell'occhio. Se sopra una Nave ferma in mezzo ad un Fiume che corra equabile, guardiamo l'estensione dell'acqua, crediamo l'acqua stagnante, perchè non troviamo in essa veruna parte distinta, che possiamo confrontare colla varia direzione de' nostri Raggi visuali: ma se guardiamo il sito dove la Nave tocca l'acqua, veggiam pure che queste sono in movimento relativo fra loro; perciò avendo stabilito già d'anticipazione, che l'acqua è immobile, noi trasportiamo in senso contrario il suo moto alla Nave. Se poi questa confrontiam colle sponde, troviamo allora la Nave in quiete, e

correggendo il primo nostro giudizio, diciam che l'acqua si move. Se sul Vascello che trasportaci in mare non sentiamo il di lui movimento, diamo nella nostra Immaginazione al Lido un moto contrario a quello del Legno. Fissi taluno l'occhio dirimpetto alla Pittura d'un volto, i di cui due occhi sieno atteggiati come se diriggesero le loro linee visuali sul Riguardante; dirà questi che il Ritratto altresì lo rimira: Or se lo Spettatore passato di fianco, rivolgesi di nuovo al Ritratto, le parti di questo saranno ancora, in questa seconda situazione, press' a poco distribuite, come prima, di quà e di là del punto, in cui l'Asse ottico dello Spettatore incontra il mezzo della Faccia dipinta; ei perciò dovrà credere ch'essa rivolgesi pur sempre a riguardarlo, comunque ei vada a destra o sinistra.

E qui giova osservare, che non è sempre colpa della Ragione, s' ella s' accinge a giudicare della distanza, grandezza o figura degli obbietti visibili per mezzo di Criterj meno opportuni. Essa è costretta sovente di aver ricorso a tali vie indirette e fallaci, perchè mancagli la diretta e più propria. Come abbiamo già notato prima, negli obbietti molto lontani, il senso della lunghezza de' Raggi visuali diviene oscuro ed incerto; e ci è duopo di tali obbietti argomentare la grandezza e la forma dal Colore o dall' Angolo ottico; li quali due mezzi rimangono d' ordinario assai chiari e distinti, anche nelle grandi lontananze; quantunque sieno mezzi equivoci ed incerti.

L' Occhio incontra nella profondità dell' Atmo-

sfera un colore, il quale è proprio dell'aria, ed essendo tutt' all' intorno vivamente illuminato c' impedisce di vedere nel giorno le Stelle. Non avendo l'Etere superiore, che è più raro dell'aria, veruna tinta sensibile, noi crediamo che il colore dell'aria sia comune a tutto il Cielo, e crediamo che il Sole e la Luna come corpi più risplendenti sieno più vicini e più piccoli di quel colore, che riportiamo nella nostra idea fino al profondo estremo del Cielo.

III. Nel terzo Libro Tolommeo tratta la Cattotrica negli Specchi piani e convessi; riserbando i concavi al quarto. Incomincia a stabilire i tre noti Principj. 1.^o Che negli Specchi l'immagine dell'obbietto si vede nella *direzione* del Raggio ottico tirato dall'occhio al punto della riflessione. 2.^o Che l'immagine suddetta comparisce in quel *luogo*, in cui il Raggio visuale incontra la perpendicolare condotta dall'obbietto alla superficie dello Specchio. 3.^o Che l'angolo d'incidenza pareggia quello della riflessione; e che sono ambidue in un piano comune e perpendicolare allo Specchio. Questi Principj dimostra l'Autore coll' Esperienza, fin dove essi possono dimostrarsi: ma non così felicemente riesce a provarne la convenienza con Ragioni astratte e metafisiche; le quali per lungo tempo non sono state meglio raccontate da' suoi Successori.

Le Esperienze sono 1.^a Un ostacolo, il quale copre il punto della riflessione sullo specchio, copre altresì e nasconde l'immagine. 2.^a Una Riga posta perpendicolare allo specchio presenta la sua immagine continuata nella stessa Linea retta con se medesima:

e questo anche negli Specchi convessi e concavi, purchè la Riga sia breve. 3.^a Se due Uomini si guardano l'un l'altro nel medesimo specchio, l'occhio d'uno vede l'occhio dell'altro per lo medesimo luogo dello specchio per cui ne è veduto. 4.^a Per lo centro d'un Cerchio piatto di rame si tirino due diametri fra loro a squadra, onde partirne la circonferenza in quattro Quarti, ed ognuno di questi dividersi in 90. gradi. Al lungo d'uno dei detti due diametri si applichi, perpendicolare al piano del Cerchio, una lamina di ferro piana e polita a specchio. Poi nel contorno d'uno dei due Quarti che guardano lo specchio dispongasi una Dioptra diretta al Centro sullo specchio ivi applicato; e lungo il contorno dell'altro Quarto movasi avanti indietro un piccolo scopo, finchè la sua immagine veduta per riflessione venga ad incontrar l'occhio che guarda per la Dioptra. Si troverà che i gradi indicati dalla Dioptra nella sua banda sono eguali ai gradi segnati dal piccolo scopo nell'altra banda. 5.^a Si formino due altre laminette di ferro polita a specchio, s'incurvino a mo' d'un arco di cerchio; e l'una mostri il polito sul suo convesso, l'altra sul concavo: Ciascuno di tali due Specchietti s'addatti al centro del Cerchio, come si era fatto della lamina piana: Si ripeta con questi l'Esperienza precedente, e il risultato ne sarà il medesimo.

Posti i tre Principj sopradetti, come Assiomi, e prima di proceder oltre; Tolommo ritorna ad esaminare il luogo d'un obbietto veduto direttamente con i due occhi in un tempo. Queste sue osservazioni,

egualmente che le accennate nel libro secondo, trovansi esposte in Alhazeno; al libro III. §. 12. e segu: Ma l' Arabo Scrittore non ha ben descritta la seguente osservazione. I due occhi A, B (*Tav. p.^a fig. 2.^a*) diriggano i loro Assi ottici A C, B C sull' oggetto C; questo, come si sa, comparisce unico nel Luogo C. Ora poggiansi due altri obbietti M, N, uno sulla retta A C, e l' altro sulla B C; delle quattro immagini che rendono i due obbietti M, N, due si diriggono bensì contro l' obbietto C; ma cadono sull' Asse comune F C; l' una in Q, l' altra in R. E se chiudete un' occhio B, non perciò l' immagine R cambia di luogo, ma essa comparisce all' occhio aperto A, comunque sola, sulla retta F C. Donde Tolommeo argomenta che ciascuno dei due occhi riporta la linea del suo Asse proprio non già alla direzione del medesimo, ma bensì a quella dell' Asse F C comune ad ambidue. E quindi poi l' Autore conchiude, che nella Teoria degli Specchi è inutile aver riguardo ai due occhi; bastando prendere in considerazione il loro Asse comune F C.

Previene qui inoltre i suoi Leggitori: che il Rag- gio visuale nella riflessione degli Specchi perde suo vigore a distinguere le lontananze assai più presto che nella Visione diretta, e quindi guardando negli Specchi, sovente accorciamo di troppo le lontananze, ed avviciniamo troppo il luogo delle immagini: che negli Specchi concavi soprattutto la conoscenza del luogo dell' immagine diviene all' occhio in molti casi o difficile assai od impossibile affatto: che anche nella Visione diretta l' occhio distingue meglio la vera

distanza e grandezza di quegli obbietti, che è solito guardare e percorrer più spesso con ambidue gli Assi ottici: e ciò crede Egli essere una cagione „ per cui „ degli obbietti celesti veduti sotto un' eguale Angolo „ ottico, ci pajon più grandi que' che sono vicini „ all' Orizzonte, dove i nostri Occhi hanno l' abitudine di guardare più spesso; mentre di rado e non „ senza fatica si alzano a mirar verso l' alto „.

Succedono ora i Teoremi. I quali per lo Specchio piano non progrediscono molto oltre la dottrina contenuta nel 4.^o Teorema, e nella 2.^a e 3.^a parte del 19.^o degli Specchi d' Euclide. Per dare un' aspetto di maggiore unità alla Teoria, Tolommeo pone mai sempre l' obbietto in faccia allo Specchio, ed alle spalle dello Spettatore.

Nello Specchio convesso 1.^o Il Raggio visuale non si ripercote all' obbietto che da un luogo solo dello Specchio (Euclide Teor. 4.^o) (a), però l' immagine qui pure è unica; e comparisce inferiore alla Tangente condotta dall' occhio a radere la superficie dello Specchio (Alhazen V. 16, 21, 22): e finalmente l' immagine pare sempre essere sotto la superficie dello specchio, sebbene essa qualche volta si trovi fuori della superficie non veduta dall' occhio (Vitellone VI. §. 27.): E' questa la risposta al Dubbio promosso dal Signor d' Alembert, *Opuscules Tom. 3.*

(a) Quando appongo a qualche Proposizione di Tolommeo i Numeri d' Euclide, d' Alhazeno o di Vitellone; ciò vuol dire che la Dottrina di Tolommeo in quella parte è conforme al numero apposto d' uno dei medesimi Autori; onde sarebbe inutile riportarla in questo Estratto, potendo ognuno leggerla nelle Opere a Stampa d' alcuno dei tre sopracitati.

Mem. IX. §. 5. 2.° L'immagine è vicina allo Specchio più dell'obbietto (Euclid. 20.ª part. 2.ª); e la sua distanza dall'occhio è minore della lunghezza del Raggio visuale condotto per la riflessione dall'occhio all'obbietto. 3.° L'immagine comparisce minore di quanto comparirebbe l'obbietto se fosse posto nel luogo dell'immagine (Euclid. 21.ª). 4.° L'obbietto rettilineo, e quello che volge la convessità allo Specchio, posti dirimpetto allo Specchio danno un'immagine convessa. (Euclid. 23.ª). 5.° L'immagine comparisce in situazione simile a quella dell'obbietto. — E qui termina il Libro III.°

Seguendo lo stile da Lui osservato nell'Almagesto, Tolomimeo espone i suoi Teoremi a forma di continuato discorso piuttosto che distaccarli in Proposizioni separate alla foggia di Euclide. Ed affinché si abbia un'idea delle sue Dimostrazioni, recherò qui la prova eh' esso adduce del 3.º e 5.º fra i Teoremi pur ora indicati, conchiudendo poi con un suo Riflesso da me non indicato prima, intorno alle apparenze visuali.

Sia CBA la sezion circolare (Tab. p.ª fig. 3.ª) dello Specchio; il suo centro D . Occhio in E . Tirata la EBD , si conduca perpendicolare a Lei da H Z ; e presa $EZ = EH$, sieno H , Z i due punti estremi dell'obbietto, da guardarsi nello specchio. Condotti dall'occhio i due Raggi EGH , EAZ ripercossi dallo specchio ai due punti H , Z ; si tirino le HD , ZD , le quali incontrino in I . Ti Raggi EG , EA prolungati, e si unisca da I K T . Poichè $HE = EZ$, sarà anche $CB = BD$; la IT sarà

perpendicolare a DE , e quindi parallela ad HZ . Dunque $HD:ID = HZ:IT$. Ma $HD > ID$. Dunque anche $HZ > IT$. E però se l'obbietto HZ fosse portato nel Luogo della sua immagine IT , visto ivi ad occhio nudo da E comparirebbe più grande della sua immagine IT .

L'Estremità T della immagine IT è a destra dello Spettatore E , come lo è pure la corrispondente estremità Z dell'obbietto. E parimenti i due punti I, H trovansi ambedue insieme a sinistra dello Spettatore. Se il punto H passa in L , la sua immagine I passerà in M ; cioè movonsi ambedue insieme alla medesima banda.

Frattanto così negli Specchi convessi come nei piani accade un'errore riguardo alla situazione delle immagini; il quale è prodotto non già dall'occhio direttamente nè dallo Specchio, ma bensì dalla nostra Abitudine. Se l'obbietto HZ sia un'uomo il quale rivolga la sua faccia allo Specchio, avrà esso la destra in Z , e la sinistra in H . E la sua immagine parimenti mostrerà la destra in T , e la sinistra in I ; disposte cioè in situazione pari a quella dell'Uomo stesso. Ma quando guardiamo un'Uomo posto in faccia a noi, siamo soliti sempre a veder la sua mano destra situata contro la nostra sinistra, e la sua sinistra contro la nostra destra: Onde sedotto dal costume lo Spettatore E giudicherà, che T sia la mano sinistra, quando è realmente la destra. A persuadersi che non è ciò colpa nè dell'occhio nè dello Specchio ma della consuetudine; basta invece delle mani supporre in Z il Capo dell'Uomo, e i Piedi in H ; si

vedrà che l'immagine ha il suo Capo in T e i piedi in I, situati precisamente come nell'obbietto. Questa dottrina forma una opposizione alla prima parte dei Teoremi 19.^o e 20.^o d'Euclide, copiato in ciò dai Moderni.

IV. Il 4.^o Libro è in massima parte consacrato agli Specchi concavi. Tolommeo vi considera il cerchio generatore di tali Specchi, e segna geometricamente sulla circonferenza di esso cerchio uno o più punti, nei quali i Raggi si possono riflettere dall'occhio all'obbietto secondo la varia posizione dell'uno o dell'altro. Nè in questo le sue Soluzioni vanno oltre a quanto leggesi in Vitellone Lib. VIII. §. 4, 14, 15, 16, 17, 19, 24, 40.

Dopo aver determinato negli Specchi concavi il *Luogo* della immagine, conforme a Vitellone VIII. §. 11, 44, 45, non dissimula Tolommeo il caso, che à dato per lunga età di che pensare agli Ottici, vale a dire ove debba riporsi il *Luogo* delle immagini, quando il Raggio incidente o non incontra la perpendicolare condotta dall'obbietto allo Specchio, o l'incontra sol dietro le spalle del Riguardante; ed ecco com'esso lo scioglie. Quando il suddetto punto d'incontro sen va lontano di soverchio, l'occhio, il quale neppure nella Visione diretta non à forza di sentire ne' suoi Raggi una tanta lunghezza, si riduce a porre semplicemente l'immagine sulla superficie dello Specchio. E quando poi secondo la Teoria il luogo dovrebb' essere dietro le spalle del Riguardante, l'occhio ritira bensì l'immagine di qua dello Specchio, ma siccome impossibile e contro natura

sarebbe vedersela dietro, la ripone così all' incerto, fra se e lo Specchio. Piantate, dic' Egli, un bastoncello Z B (*Tav. p.^a Fig.^a 4.^a*) perpendicolare sullo Specchio in B; lo Spettatore H ne vedrà l' immagine allontanarsi prima dallo Specchio in linea retta BM continuata con la BZ; indi la vedrà poco a poco incurvarsi in M E F L S Q. Perchè quando le distanze H N, H O cominciano a divenir troppo forti, l'occhio, non sentendone tutta l' estensione, le abbrevia, e ritira i punti N, O in E, F. Quando finalmente il Raggio visuale diviene in H L parallelo a D B, l'occhio trova incomprensibile una distanza che sarebbe infinita; e se non avesse che il punto L da contemplare, esso lo porrebbe non altrove che sullo Specchio in K. Ma perchè la parte L è pure contigua alle precedenti M E F già poste a luogo; null' altro può fare l'occhio che incurvare vieppiù l'immagine, ravvicinandone, per quanto la continuità permette, più presso allo Specchio la porzione L S Q; gli estremi della quale se fossero soli e separati dal restante simulacro, l'occhio li ritirerebbe sino di qua dello Specchio. Così l'occhio corregge e contempera colle circostanze i casi nei quali il luogo delle immagini gli si presenta d'una maniera o strana o vaga o impercettibile affatto.

Paragonando la distanza apparente dell' immagine dall'occhio e dallo Specchio colla distanza reale dell'obbietto, Tolomneo forma i due Teoremi che sono riportati da Vitellone Lib. VIII. §. 44. 45.

La Grandezza dell'immagine, se il luogo di questa sia al di là dello Specchio, riesce sempre

maggiore; se di qua, ora è maggiore, ora eguale, ed ora minore di quello che comparirebbe la grandezza dell' obbietto, portato nel *luogo* dell' immagine. Qui pure nascono due Teoremi che Vitellone espone un po' diversamente, per avere in questa parte consultato piuttosto Alhazeno.

La *Forma* dell' immagine d' una linea retta convessa o concava, nello Specchio concavo riesce diversa dalla forma originale secondo le varie sue posizioni. Intorno a che Alhazeno e dopo lui Vitellone hanno considerato un maggior numero di casi, di quanto faccia Tolommeo.

Finalmente il N. A. determina la *positura* di retta o rovescia delle immagini nello Specchio concavo, precisamente come Vitellone Lib. VIII. §. 65. e 66.

Dopo gli Specchi concavi Tolommeo accenna in breve la teoria degli Specchi cilindrici e conici, sia convessi sia concavi; facendo osservare, che tali Specchi considerati secondo la loro lunghezza vestono la natura stessa dei piani, ma presi nel loro circuito rendono effetto eguale agli sferici: dalla qual mescolanza di proprietà diverse ne viene che le immagini si sfornano con una determinata legge; ma il loro *Luogo* rimane incerto ed indefinito. Dimostra inoltre come più Specchi piani disposti nella concavità d' una Sfera o d' un Cono moltiplichino l' immagine di un solo obbietto. E per ultimo come possa con due o più Specchi vedersi l' immagine d' un' obbietto, altronde nascosto all' occhio; copiato in quest' ultima parte da Vitellone V. §. 62.

Conchiudo il Ristretto di questo quarto Libro con due osservazioni bibliografiche.

1.^a Risnero editore dell'opere di Alhazeno e Vitellone, à notato a ciascun §.^o d' uno di questi due Autori il §.^o corrispondente o direm così concordante nell' altro. Ma presso che tutti i §.ⁱ di Vitellone dame sopra citati mancano del corrispondente in Alhazeno; bensì combinano, per fino nel disegno e nelle lettere delle Figure, con Tolommeo; prova evidente, che Vitellone ne avea l'opera alla mano, quando formò la sua piuttosto compilazione che lavoro d'ingegno. Nella Prefazione accenna „ la verbosità degli „ Arabi, la complicazione de' Greci, e la scarsezza „ de' latini Scrittori „. Alhazeno comunque assai diffuso, e sebbene a detta anche di Rogero Bacone abbia seguito le tracce di Tolommeo, pure tiene un passo più libero, più originale, e più coerente con se medesimo, di quello che mostri Vitellone.

2.^a La *Catoptrica* di Tolommeo, citata alcune volte da Risnero in capo alle proposizioni di Vitellone, è un Opuscolo di circa cinque pagine, che leggesi verso il fine d' una Raccolta assai rara d' Autori sulla Sfera, stampata a Venezia nel 1518; diverso affatto dall' Opera che abbiain per le mani. Bernhard nel suo Prospetto de' Matematici antichi l'annunzia „ Ptolemæus, vel *veterum alius* de Speculis „. Ayendo esaminato quest' Opuscolo con attenzione, credo di poter fondatamente asserire, ch' esso non è lavoro di Tolommeo, ma bensì d' *Erone il Meccanico*. Perchè 1.^o nell' Introduzione l' Autore divide l' affare della Vista in tre parti, Ottica, Diottrica, e Catot-

trica, poi soggiunge: „ L' Ottica è stata opportuna-
 „ mente descritta da altri prima di noi specialmente
 „ da Aristotele. Della Diottrica abbiamo noi detto
 „ altrove quanto ci parve conveniente Qui
 „ stimo necessario parlare della Catottrica, profitan-
 „ do degli Scritti di coloro, che furono innanzi „.
 La *Diottrica* presso gli Antichi non trattava già della
 luce rifratta, ma bensì della *Dioptra*, ossia del *Tra-*
guardo; e non si conosce fra gli antichi Scrittore che
 abbia composto espressamente un Trattato di tale ar-
 gomento altri che Erone; l' Operetta del quale è tut-
 tavia inedita: la tengo presso di me nella sua lingua
 originale, ed incomincia: *Poichè l' Operazione Diot-*
trica fornisce molti e necessarij usi alla vita ec. Erone
 visse poco dopo Euclide, e non sembra che abbia
 voluto fargli onore col nominarlo espressamente; da
 Diogene Laerzio poi sappiamo che Aristotele avea
 composto un libro sull' Ottica. 2.° Eliodoro di Laris-
 sa nel suo Capitolo 13.° citando la *Catottrica di Ero-*
ne il Meccanico ne tragge il Teorema: che „ posta
 „ l' eguaglianza degli angoli d' incidenza e di rifles-
 „ sione, la via del Raggio riflettuto dall' occhio all' ob-
 „ bietto è la più breve possibile „. Questo Teorema
 non si riscontra nè nell' opere di Euclide nè nella
 nostra di Tolommeo, le quali pure Eliodoro avea
 sott' occhio; ma è il primo Teorema appunto del
 Trattato, che io giudico appartenere ad Erone. 3.°
 Nell' Opuscolo di cui parliamo; si stabilisce da pri-
 ma l' *extramissione* dei Raggi visuali dall' occhio come
 presso gli antichi: poi seguono quattro Teoremi, e
 nove Problemi. Dei Teoremi l' unico estimabile si è

l'enunziato pur ora. I problemi riguardano tutti l'arte di costruire o combinare Specchi piani o cilindrici convessi o concavi, in modo di mostrare un obbietto moltiplicato, deformato, rovesciato, segreto, fuor di mano ec.: tutto vi spira il gusto dell'Autore degli *Spirituali*, delle *Macchine da Guerra*, e dei *Sei-moventi*. Come in quest'ultima opera Erone mette innanzi le maraviglie degli Automati per dar credito al suo Lavoro; così nell'introduzione alla Catottrica ne vanta il piacevole e l'utile „ Poichè per essa si „ formano Specchi che mostrano gli obbietti ora de- „ stri e sinistri come in natura; ed ora in contrario; „ altre volte si fanno comparire rovescj, e colla te- „ sta in giù, e con tre occhi, e con due nasi, e il „ volto allungato in atto di piangere. „ E chi „ non troverà vantaggio a spiare gli abitatori del „ basso d'una vicina casa quanti sieno e cosa fanno? „ O veder di e notte le ore per mezzo di fantasime „ apparenti in uno Specchio? O non veder nello „ Specchio nè se nè altri, ma solamente ciò che al- „ tri vuole „? Se a colui che non avesse alla mano quella vecchia Raccolta del 1518.; nasca voglia di sapere i Problemi contenuti nell'Opuscolo d'Erone, può leggerne la miglior parte in Vitellone Lib. VI. §. 56. 57., 58., 59., 64.; e Lib. IX. §. 35. Manca nell'Opuscolo l'Artificio di veder le ore nello Specchio, ma è facile immaginarlo; poichè Ctesibio maestro di Erone ne' suoi Orologi ad acqua, fra gli altri congegni, segnava le ore col mezzo di Statue; or queste potevano disporsi in luogo nascosto, donde ne comparisse poi l'immagine solo entro lo Spec-

chio; a norma del pur ora indicato §. 56. di Vitellone.

V. La Rifrazione de' Raggi che usciti dall'occhio andando incontrano un corpo diafano più o men denso del trascorso prima, forma l'argomento del quinto libro di Tolommeo: Comincia dallo stabilire, che, come negli Specchi, qui pure il Raggio visuale, il rifratto, e la perpendicolare condotta per lo punto della rifrazione, sono sul medesimo piano. Descrive quindi il fenomeno della moneta che giaceva al fondo del vaso nascosta allo sguardo dalla sponda di esso vaso; la quale sembra venir alto e farsi vedere quando, versandovi acqua, si mira per obbliquo alla superficie dell'acqua stessa: fenomeno riportato già nella Catottrica d'Euclide (*phænom. 4.*) e da Archimede (*Olympiod. in 3. Meteor.*)

Mentre il Raggio visuale entra dall'aria nell'acqua, l'Autore ne misura la rifrazione con quello stesso Cerchio di rame col quale avea negli Specchi misurato l'angolo di riflessione. Lo immerge ora, con uno de' suoi due diametri a squadra fra loro perpendicolare all'orizzonte, lo immerge dissimolato entro l'acqua sino a toccarne la superficie coll'altro diametro: indi move opportunamente sotto acqua il picciolo scopo lungo il contorno del Quarto di cerchio opposto a quello, in cui sta per disopra la vista diretta al centro. E quando proponesi di osservare la rifrazione del vetro, adatta al Cerchio stesso, concentrico ad esso un solido semicilindro di vetro puro. Forma così, di dieci in dieci gradi, le Tavole di rifrazione fra l'aria, l'acqua ed il vetro; sono

queste le medesime tre Tavole, che Vitellone à riunito insieme nella prima delle due da esso riportate Lib. X. §. 8.

Il Raggio incidente ed il rifratto si reciprocamente fra loro; sicchè a detta del N. A. le Tavole suddette servono egualmente ma in senso contrario, quando il Raggio visuale passa dal mezzo più denso nel più raro.

Rifrangesi pure, secondo Tolommeo, allontanandosi dalla perpendicolare il Raggio visuale lanciato da noi sul Cielo, mentre ei passa nel Confine in cui si toccan fra loro la Sfera dell' etere e quella dell' aria, ambedue concentriche alla Terra. E ciò dimostrasi colle Stelle poste dalla banda dell' Emisfero boreale, le quali nell' Istromento con cui si osservan le stelle mostrano declinazione maggiore dall' Equatore quando son vicine all' Orizzonte, che non quando son vicine allo Zenit.

Imperciocchè sia primieramente (*Tav. p.^a fig. 5.^a*) H il centro del tutto; la Terra AB; G D. la Sfera di confine fra l' aria e l' etere; E Z K la Sfera delle Stelle; lo Spettatore in A, lo Zenit in E; la linea dell' Orizzonte A D Z; H D T la perpendicolare alla superficie rifrangente in D. Il Raggio visuale A D frangesi in D K allontanandosi dalla perpendicolare. Perciò se siavi una Stella in K, essa comparisce nella direzione A D Z, più vicina allo Zenit E di quello che sia realmente. Ma quando la Stella è in E, il Raggio non soffre rifrazione ed essa comparisce nel suo vero luogo.

Ciò premesso sia (*Tav. p.^a fig. 6.^a*) ABG l' O-

rizzonte, A E Z G il Meridiano; E lo Zenit; Z il Polo settentrionale; B H D un parallelo all' Equatore; sul quale sia vicina all' Orizzonte una Stella T; e per questa conducasi il Cerchio verticale K E T L. In forza dello spiegato sopra, la Stella T comparirà in un punto M più vicino allo Zenit, onde essa comparirà in un parallelo più vicino al Polo di quel che sia B H D. Ma quando la Stella si troverà in H vicino allo Zenit, la rifrazione non la rimuoverà sensibilmente dal suo luogo vero. Inoltre se intorno al Polo si descriva il Cerchio N S, il quale non vada sotto l' Orizzonte e di cui la parte N sia assai vicina allo Zenit: supponendo che giri in esso una Stella; quando troverassi questa in S comparirà più vicina al Polo, per esempio in O; ma quando è in N rimane sensibilmente al suo luogo.

Se fosse nota (continua sempre la Dottrina di Tolommeo) la distanza del limite che separa la nostra Atmosfera dall' Etere: allora prendendo per base le rifrazioni apparenti di Stelle che abbian distanza cognita da noi, com' è il Sole e la Luna, si potrebbe formare una Tavola esatta delle rifrazioni dall' aria nell' etere secondo i varj gradi d' incidenza del Raggio visuale. Ma la distanza del limite suddetto è sconosciuta: sebbene sia minore di quella della Luna.

Nella Rifrazione il *Luogo* dell' immagine si trova pure nell' incontro della linea del Raggio uscito dall' occhio colla perpendicolare condotta dall' obbietto alla Superficie rifrangente. Talvolta questo punto d' incontro non v' è, o si trova in situazione non naturale all' occhio, ed allora la Vista ripone l' imma-

gine semplicemente sulla Superficie rifrangente, come in simili casi si è detto agir essa nella riflessione degli Specchi.

Prende Tolommeo tre Vasi di vetro sottile purissimo; l'uno cubico, l'altro cilindrico, il terzo avente una faccia semicilindrica la quale volge all'infuori la sua concavità. Empiuti i tre vasi con acqua; il primo è destinato a mostrare i fenomeni della vista rifratta da una superficie piana, l'altro da una superficie convessa, il terzo da una concava: andando pur sempre i Raggi visuali da un mezzo raro in un denso, vale a dire dall'aria nell'acqua, che è il caso più facile da osservare. Frattanto Ei ci avverte, che da questo caso, rovesciando il calcolo, potremo argomentare, cosa apparirebbe alla Vista, se questa andasse da un mezzo denso in un raro, dall'acqua per es. nell'aria.

Parlando in primo luogo della Superficie piana: se dentro il Vaso cubico pieno d'acqua s'immerga perpendicolarmente una Riga la quale sporga in alto fuori del vaso, si vedrà l'immagine della parte immersa comparire sulla stessa dirittura della parte sporgente veduta ad occhio nudo; ma la prima parrà più vicina a noi e più grossa della seconda. L'Aut. deduce questo stesso geometricamente dai Principj sopra stabiliti, con metodo non dissimile da quello di Alhazeno VII. 39. e segu.

Siavi in secondo luogo il Vaso cilindrico pieno d'acqua, e venga questo rappresentato dal cerchio di sua Sezione orizzontale. Dall'occhio si mandi un Raggio visuale al centro di quel cerchio, e dentro l'acqua si esponga un oggetto rettilineo perpendico-

lare ad esso Raggio; gli altri Raggi laterali rifratti nella circonferenza del Vaso faranno sempre comparire ingrandito l'oggetto. Poi le parti di questo, che sono sul Raggio visuale del centro, il quale non soffre rifrazione, si vedranno sempre al loro vero luogo. Non così le parti dell'oggetto situate a destra od a sinistra del medesimo Raggio; poichè queste dovranno parere più vicine o più lontane della realtà, secondo che si trovano di qua o di là del centro riguardo allo Spettatore; però l'oggetto sembrerà concavo se è di qua, e convesso se è di là del centro. L'occhio in pratica non distingue troppo bene tali storciture di forma; contutto ciò Tolommeo s'accinge a dimostrarcele col noto principio dell'immagine posta sempre colà dove il Raggio visuale incontra il Cateto d'incidenza..... Ma qui rimane interrotta e mancante la sua Opera, avendola il Traduttore incontrata così imperfetta nell'Arabo. Nè più oltre conducono quest'argomento Alhazeno, nè Vitellone; se non che quest'ultimo sembra avere subodorato quanto l'Autore dovea dire riguardo al terzo vaso concavo. Lib. X. §. 45.

Aggiungo qui pure due Note, che porranno fine all' Articolo Terzo delle presenti Considerazioni.

1.^o Rogero Bacone nella sua Opera (a) più di trenta volte cita l'Otica di Tolommeo; e i passi, ai quali si riferisce, esistono difatti nel Codice di cui abbiain veduto l'Estratto. Anzi il discorso, ch'ei dice di trascriverne alla pag. 39 linea 14..... 30,

(a) *Opus majus*. Fol. Londin. 1733.

vi è riportato con parole sì poco varianti dal Codice suddetto, che diviene assai verosimile aver egli avuto presente la Traduzione medesima; la quale però dovrebbe essere stata fatta verso il 1200. La Prospettiva di Bacone è un abbozzo mal digerito, ch'esso formò, dando com'ei dice in compendio la Misdolla di Euclide, Tolommeo, Alkiudi, Tideo, ed Alhazeno. Ma egli non giunse neppure all'esattezza di Vitellone: nè della Visione ebbe mai una conoscenza così precisa e geometrica, qual n'ebbero i suddetti Autori; tanto è lungi ch'ei fosse in grado di spingerne più oltre i limiti, come la sua maniera vaga di esprimersi ha fatto sospettare a taluno. Educato nella Filosofia del suo Secolo, considera come importantissima sopra l'altre la parte, ch'ei tratta diffusamente ed affatto scolasticamente, della generazione propagazione azione e corruzione delle specie ossia forme di ciascun raggio visibile, e crede, che senza una tale dottrina nulla di pregevole possa intendersi nella Scienza dell'Ottica. Con tutto ciò ei merita lode, perchè in mezzo alla barbarie del suo tempo ed alla violenta Opposizione che incontrò, seppe levare lo sguardo verso la Fisica sperimentale e matematica. Parlando di Tolommeo e d'Alhazeno: *In pienezza, dice egli, della sapienza di questi due Filosofi dimostra che non dicono niente di falso, e però sono di quegli Autori che debbono a dottarsi in tutto, perchè spiegano il fiore della Filosofia senza errore.* (pag. 411.)

2.º Potrebbe taluno pretendere, che la cagione del comparire il Sole e la Luna maggiori all'Oriz-

zonte, riportata poc' anzi nell' Estratto del Libro 3.^o, non concordi colla ragione che Tolommeo ne adduce al Lib. I. Cap 3.^o dell' *Almagesto*, dove fa dipendere un tale ingrandimento dai vapori accumulati all' Orizzonte, come le cose sott' acqua sommerse „ appajon più grandi „. Qui pure si vedrà la somma importanza di ben separare i due generi di grandezza apparente, come ò insistito sopra nell' Articolo secondo; infatti applicata qui una tale distinzione, vedremo svanire ogni incoerenza. Nell' *Almagesto* l' esempio delle cose vedute sott' acqua e il *Commentario Greco* di Teone soprattutto, dimostrano che vi si parla unicamente d' ingrandito Angolo visuale, cioè del primo genere di grandezza apparente. Ma nell' *Optica* Tolommeo suppone espressamente un' eguale angolo visuale, e perciò vi parla del secondo genere di grandezza apparente. Le due Spiegazioni, quando fosser vere ambedue, non si oppongon fra loro; anzi l' una viene in compagnia dell' altra; di modo che *Alhazeno* e *Vitellone* ne' loro *Scritti* le congiungono insieme.

Nel poc' anzi nominato *Commentario* sull' *Almagesto*, Teone vi cita al proposito un *Trattato di Catottica* composto da *Archimede*; dove non si parlava già sol degli *Specchi*, come credesi comunemente, ma ben anche dei *Raggi* rotti in passare attraverso le *Superficie* rifrangenti: imperciocchè Teone riporta, colla dimostrazione di *Archimede* stesso, il *Teorema* dell' ingrandito Angolo visuale delle cose vedute sotto la superficie piana dell' acqua; lo che Tolommeo pure dimostra nel *Vaso Cubico* pieno d' ac-

qua: Proclo (a) dividendo la Matematica ne' varj suoi rami, secondo il divisamento degli Antichi, comprende sotto nome di *Catottrica presa nella sua generalità* la Dottrina di ogni qualsiasi frazione dei Raggi; ed indica poi col nome di *Diottrica* quella parte dell'Astronomia, che insegna a misurare con Istromenti le distanze delle Stelle fra loro.

ARTICOLO QUARTO

Esperienze relative alla Teoria della Vista.

Siccome in uno Stato, di cui il cambiamento nelle opinioni politiche ha rovesciato il Governo, è duopo ricrearne da capo e quasi interamente rifonderne le Istituzioni: Così avendo i Moderni combattuto e distrutto gran parte dei Principj adottati nella Scienza Ottica dagli Antichi; divien necessario o stabilirne dei nuovi, o rimettere in vigore i vecchi, sin dove essi possano convenire. Da questa ragione mosso il Sig. d' Alembert osò asserire, che in questa Scienza presso che tutto rimane oggi da farsi; e giova quindi esaminare per qual via si possa l'Edifizio ottico erigere di nuovo sopra solidi Fondamenti. Al che mi è sembrato che possano, in qualche parte almeno, contribuire le seguenti mie qualunque sieno Osservazioni ed Esperienze.

I. Spogliato l'occhio della facoltà di veder le

(a) Nel Commento al primo Libro d'Euclide c. 43. §. 14.

Distanze; la prima Teoria che presentasi alla Mente, si è: che la retina dai varj Raggi, i quali vanno a percolterne i varj punti, riceva il sentimento d'una Superficie colorata simile in tutto all'espansione della retina stessa nel fondo dell'occhio: come la mano in toccando un Corpo composto di parti aventi diversa forma e natura, ne sente la Superficie divisa in varie parti, dure, calde, umide, rilevate, e tutte disposte in corrispondenza coll'espansion della mano applicata sul Corpo: Se il parallelo fosse esatto, noi avremmo veduto originariamente gli obbietti entro l'occhio, e li avremmo veduti da principio in una posizione rovescia. Or m'accingo a dimostrare coll'Esperienza, che ciò non è vero.

I più saggi han detto che l'educazione e l'abitudine non giungono mai a soffocare l'Istinto naturale interamente. Ma qui non ho bisogno di tanto: basta, che mi si conceda poter noi con un ostinato studio e con l'attenzione convenientemente applicata, sospendere alcun poco le Abitudini dal lungo uso contratte, in modo di ripristinare, per qualche momento almeno, la Natura nel suo primitivo andamento. Avendo molt'anni meditato sulle Cose ottiche, sono riuscito coll'esercizio a togliere per qualche momento nella mia Immaginazione dagli obbietti visibili, anche familiari, la distanza che il Tatto loro aggiunge; e se adopero un occhio solo, non mi è impossibile, vedendo le Mura e i Mobili della mia Stanza, d'immaginarli tutti distesi e come dipinti in una Tela assai vicina all'occhio stesso. Da questa facoltà, di separare dagli obbietti visibili la Distanza

aggiunta loro dal Tatto, dipende in massima parte la più o meno felice riuscita di un Pittore nell'esercizio dell'Arte.

Volendo raffinare più oltre, ed applicare i medesimi sforzi di mia Fantasia sino a rimettere il Campo visibile entro l'occhio ed in situazione rovescia, come si dipingono le immagini sulla retina: ho stimato di dover istituire l'Esperienza in circostanze le più favorevoli, e le più decisive. Si sa, che volgendo l'occhio verso una banda qualunque della cavità ossea che lo rinchiude, e quindi premendo leggermente col dito o col pomo d'una spilla la banda opposta e posteriore dell'occhio stesso; una tale pressione comunicata per mezzo degl'intonachi esterni sino alla retina vi eccita l'immagine d'una fiaccola, chiara soprattutto e distinguibile nella oscurità: sia perchè l'Azione della luce sulla retina non è altro che una pression semplice, simile a quella del dito; sia perchè l'urto del dito sviluppa nel fondo dell'occhio una fosforescenza operante quindi come luce sul nervo; sia per qualunque altra vogliassene la cagione; a noi ora basta il fenomeno. Se girate successivamente l'asse dell'occhio per tutto il contorno della sua cavità ossea, e premete sempre come sopra quel poco della sua parte posteriore che sporge alla banda opposta dell'asse, voi vedrete successivamente la fiaccola fare altresì il Contorno della cavità suddetta. La parte posteriore del globo dell'occhio non sporge mai fuori, se non coll'estremo suo orlo; onde la fiaccola non comparisce mai per urto se non sulle parti della retina totalmente lontane dall'asse ottico,

dove la Vista per noi è sempre confusa, e delle quali non ci serviam mai nell'esercizio del vedere. Talchè se parte d'occhio vi sia, dove l'abitudine del Tatto abbia avuto o niuna o minima influenza a modellarne il sentimento, ella è certamente questa dell'orlo estremo della retina, da cui comparisce, premendo, la fiaccola.

Ho tormentate per molte notti successive ed a più riprese, in anni consecutivi, il mio occhio, premendone come sopra il contorno della retina ora col dito ed ora col pomo d'una Spilla. E mentre la pungeva così, cercava in ogni modo, che la mia Immaginazione s'abituasse a congiungere la fiaccola coll'urto, che n'era la cagione, e che il tatto sentiva ben chiaramente: riletteudo pur sempre, che al mover del dito, si moveva nello stesso tempo la fiaccola e al soffermarsi di quello restava immobile anche questa; e periva al cessare dell'urto, e si riproduceva al rinnovarsi del medesimo. Mai, neppure un momento, non ho potuto con tutta la riflessione e con tutto lo sforzo, pervenire a far sì, che la Fiaccola mi comparisse al sito della sua origine. Sempre ed ostinatamente mi compariva al lato opposto; e girava sempre ed ostinatamente in senso contrario al movimento del dito. Per qual ragione, in circostanze sì favorevoli, dove l'uso e l'abitudine hanno influito sì poco, non ho potuto mai per lunghe e replicate prove giungere nè a mettere la fiaccola sul luogo della retina donde la sento nascere, nè a moverla nel verso per cui sento muoversi la cagione che la produce: mentre intanto riesco con

qualche sforzo bensì, ma pur riesco a correggere e distruggere le idee di lontananza in obbietti, che sono tutto di sotto la scuola e l'insegnamento del tatto? Non veggio poter concludere altro da ciò se non che noi non abbiamo mai visto originalmente le cose nè dentro l'occhio, nè secondo l'ordine delle immagini rovesciate sulla retina: ma le abbiám vedute sino dall'infanzia, poco fuori dell'occhio, e nella situazione istessa che hanno le percezioni del Tatto. Vado persuaso, che una simile Conclusione trarrà chiunque voglia darsi la pena di tentare e replicare nelle notti, le cento e più volte, l'Esperienza summentovata.

II. Il Campo visibile d'un occhio solo rimane egli ristretto entro i limiti d'un Angolo retto; come Tolommeo, e dopo lui tutti sino a Volfio hanno stabilito?

Osservazioni. Posto il volto in situazione eretta naturale, diriggasi l'occhio fisso ad uno scopo preso per centro della Vista. Quindi si presentino all'occhio stesso due candele accese, in fondo nero; ciascuna alla distanza di cinque in sei metri dall'occhio. Si separino e discostino le due candele insieme, una di qua l'altra di là dello scopo di mezzo, sinchè vadano a toccare le due estremità opposte del campo visibile, cioè sinchè un occhio ~~fisso~~ verso lo scopo di mezzo fra le due candele, le discerna appena ambedue in un tempo. L'angolo ottico fra le due candele separate come sopra, se sono allontanate fra loro in linea orizzontale, misurando si troverà essere intorno a 150. gradi decimali: se lo sono in linea verticale, l'angolo suddetto riesce intorno ai 125.

Che se si domandi un Campo di visione tutta lodevolmente distinta ad un tempo; il diametro di un campo tale (nel mio occhio almeno) non eccede li 20. gradi decimali e non giunge forse neppure sin là. Gli Scrittori di Prospettiva pittorica danno al loro Quadro 36., ed altri sol 25. gradi di ottica apertura.

Il Teorema, che stabilisce l'ampiezza del Campo visibile ad un angolo retto, vuol dunque essere scancellato dai Trattati d' Ottica egualmente e di Prospettiva.

III. Prendono gli Ottici per base delle loro Teorie, che l' Occhio vede ciascun Punto d' un obbietto sulla direzione del raggio che da quel Punto viene, passando per lo centro della pupilla, a percolare la retina: E quindi poi stabiliscono, che l' angolo visuale compreso fra due tali raggi provenienti da due Punti dell' obbietto è la misura della distanza puramente visibile fra i detti due Punti. Posto che ciò sia vero: gli obbietti prenderanno per entro il campo visibile quella stessa forma, proporzione, e distribuzione fra loro, che tengono sul Piano geometrico di prospettiva, se il campo visibile sia disteso tutto sopra d' un piano; o come si mostrano in prospettiva su d' una Superficie sferica concentrica all' Occhio, se (come sembra più verosimile) il campo visibile abbia naturalmente la forma di tale concava superficie.

Ma contro quella prima supposizione, che ogni Punto dell' obbietto apparisca a noi sulla direzione del raggio visuale, il Sig. d' Alembert ha mosso gravi difficoltà nella Memoria nona de' suoi Opuscoli: le quali non essendo riuscito, a mio avviso, il Signor

du Tour a togliere interamente (a); stimo pregio dell' Opera di qui nuovamente esaminarle, e tentar di ridurle al loro giusto valore.

1. La prima difficoltà consiste in ciò: che la retina non è percossa dalla Luce, se non dopo che i raggi di questa entrati nell'occhio hanno sofferto varie rifrazioni e storciture dagli umori dell'occhio stesso: onde le varie parti della retina (eccettuato il punto centrale) ricevono la impressione da raggi i quali nell' interno dell' Occhio hanno già preso direzione diversa dal loro corso esteriore. Da che il Sig. d'Alembert inferisce e calcola, che se ogni punto della retina vede sulla direzione del raggio interno che la percote immediatamente (il quale sembra pur essere il solo che sia noto all' organo sensitivo), gli obbietti in tal caso debbono comparire circa $\frac{1}{13}$ più grandi del dovere.

Il Sig. du Tour ha tentato di togliere questa obiezione, dando agli umori dell'occhio una forma tale, che l'asse del Cono luminoso vengente da un punto visibile alla pupilla conservi entro l'umor vitreo quella direzione medesima ch'esso avea fuori dell'occhio. Ma è inutile questo sforzo di forme non vere negli Umori dell' Occhio; poichè ragioni ben più convincenti di quella del Sig. d'Alembert ci costringono a confessare, che l' Occhio non percepisce l'obbietto sulla direzione che ha il raggio interno nel momento che giunge a percotere la parte sensitiva dell' Occhio.

(a) *Memoires presentées* Vol. VI. p. 241.

In primo luogo è noto l'Esperimento di Scheiner, rinnovato poscia da Porterfield. Un punto luminoso A (*Tav. p.^a Fig. 7.^a*) raggia entro l'Occhio per i due fori B, C, sinistro e destro, aperti in una lamina opaca vicina alla cornea con un intervallo fra loro minore di tre Atomi, oppure non maggiore del diametro ordinario della pupilla. L'Occhio è reso presbita, sia applicandogli una lente concava, sia avvicinandogli assai il punto A; così i due raggi A B, A C divengono entro l'Occhio convergenti ad un punto D più lontano che non è la retina, e percotono questa nei due punti E, F. Ognuno comprende, che in tal caso il punto A debbe comparire duplicato alla vista, per es. nei due Luoghi G, H. Or se chiudasi il foro sinistro B, non svanisce già l'immagine sinistra G, ma bensì la destra H; e viceversa, chiudendo il foro destro C, scompare l'immagine sinistra G. Lo che dimostra all'evidenza che la parte E della retina assolutamente non vede il suo obbietto sulla direzione che ha il raggio B E nell'atto che giunge ad urtarla; nè la parte F vede il suo sulla direzione del raggio C F; ma lo veggono ambedue in direzioni che s'incrociano dentro l'occhio, e vanno da E ad H, e da F a G.

In secondo luogo ripetasi l'esperimento precedente, ponendo l'Occhio nello stato della Visione distinta; allora i due raggi (*Tav. p.^a Fig. 8.^a*) A B, A C si uniscono a battere sul fondo dell'occhio nel solo punto Q. Se noi riferiamo l'Obbietto alla direzione ultima dei raggi interni B Q, C Q, noi dovremmo in questo caso veder due immagini G, H

del punto A: locchè pur non avviene, vedendosene di fatti una sola sulla direzione QA; nè questa cambiassi al chiudere d' uno dei due fori B, C.

Checchessia dunque del raziocinio del Sig. d'Alembert: è d' uopo stabilire, che noi non vediamo l' obbietto sulla direzione interna che ha il raggio nel momento che arriva a toccar la retina.

2. Esclusa questa Ipotesi, presentasene una seconda, che sembra egualmente e forse più naturale della prima: ed è, che l' obbietto sia veduto da noi sulla linea perpendicolare alla superficie della retina là dove essa viene eccitata dal raggio corrispondente all' obbietto. Contro una tale Spiegazione il Signor d' Alembert insorge più forte eziandio che contro la precedente, e calcolando trova che in questa seconda Ipotesi l' obbietto comparirebbe con un diametro un terzo maggiore di quanto importi la sua vera prospettiva.

Qui fa duopo osservare, che come abbiamo trovato sopra, il campo della visione mediocrementemente distinta non si estende, di qua e di là che tutt' al più 10. gradi intorno all' asse dell' occhio. Tutto il resto all' infuori rimane confuso, indefinito, sparuto: non solo a cagione dei fascicoli luminosi, che entrando lateralmente ed obbliquamente nell' occhio, sono mal riuniti nel dovuto foco: ma eziandio perchè la nostra mente avvezza a concentrare la sua attenzione tutta sugli obbietti vicinissimi all' Asse, sente molta pena e fatica se vuol riflettere ad un obbietto un po' distante dall' asse medesimo: e volendo pur riflettervi, si sente quasi suo malgrado strascinata a rivolgere su

d'Esso l'asse visuale, per poter contemplarlo direttamente.

Ciò premesso: ho delineato nella Tav.^a p.^a Fig.^a 9.^a la forma più vera dell'occhio, e de' suoi Umori, secondo il disegno datone dal Sig. Soemmering (a) nella Tav.^a V.^a Fig. 3.^a della sua Opera.

Pongo davanti all'occhio un piccol Foro A, per cui raggiano entro l'occhio due punti B, C, l'uno B per l'Asse B A D; l'altro per la linea C A H; l'angolo B A C è di otto gradi. Suppongo nell'Umor acquoso e nel vitreo una forza rifrangente un po' maggiore di quella dell'Acqua; nel Cristallino una forza eguale a quella del vetro; la Cornea, chiusa da superficie parallele fra loro, non cambia la direzione dei raggi. Formando con questi Dati una grafica descrizione, trovo che il raggio C A giunto in A torcesi dalla sua direzione A H, e va per A E a percuotere la retina in un punto E tale, che tirando E F G per lo Centro F del concavo dell'occhio supposto sferico, la distanza angolare apparente dei due oggetti B, C misurata dall'Angolo B F G riesce poco maggiore di 9. gradi. La ipotesi che stiamo esaminando, porterebbe adunque fra la vista e la distanza angolare B A C dei due punti B, C il divario di poco più che un grado; divario in tali circostanze incomprendibile alla Mente, la quale come ho detto soffre estrema difficoltà a comprendere neivamente gli obbietti situati fuori dell'asse visuale dell'occhio.

Ma vi sarebbe inoltre un ripiego facile, con cui

(a) Icones oculi humani fol. Francof. 1804.

si potrebbe conservare l'Idea sì naturale, del veder noi l'obbietto sulla linea perpendicolare al concavo dell'occhio; e tutt'insieme conservare alle forme visibili una grandezza esattamente proporzionale a quelle del quadro di geometrica prospettiva, sempre entro i limiti dei 10. gradi dall'una parte e dall'altra dell'asse; giacchè questa è la sola porzione del campo visibile che abbiain bisogno di mettere in regola. Il ripiego sarebbe di supporre, che la concavità interna della retina non abbia al suo fondo E D una forma perfettamente sferica, ma sia un tal poco meno incurvata, sicchè rientri ivi circa un mezzo Atomo più di quanto esige una perfetta Sfericità. Questa schiacciatura, che riuscirebbe impercettibile alle Indagini anatomiche, sarebbe più che bastante per togliere tutto affatto il poco divario trovato nella descrizione grafica precedente; foss' Egli anche di due gradi.

3. La terza Difficoltà mossa dal Sig. d'Alembert tende a provare, che neppure il punto centrale della retina riporta alla linea dell'asse ottico un obbietto situato sull'asse medesimo. Diriggansi, dic' Egli, i due assi ottici (*Fig.^a 10.*) A E, B E ambidue ad un tempo su d'una Stella fissa E; è certo che noi la giudichiamo assai più prossima di quello che è realmente: Noi dunque dobbiamo riporne le due immagini in un luogo più prossimo, per esempio in F, H; e però invece d'una dobbiam veder due Stelle in F, H, mentre pur se ne vede una sola in M. Quindi è duopo concludere, che la Stella E comparisce spostata fuori dei due assi visuali E A, E B, per i quali essa raggia entro i due occhi.

L'Obbiezione così esposta urta contro i principj della vista combinata dei due Occhi insieme. Perchè se vi fossero due fiaccole F, H situate sui due assi ottici, esse dovrebbero realmente comparire una sola; secondo la dottrina che abbiám veduto insegnata sino dai tempi di Tolommeo. Ma essa Obbiezione può ridursi alla seguente più plausibile forma. Poichè noi crediamo la stella essere in M, dirigeremo dunque i due assi visuali al punto M; e per i principj stessi delle due viste combinate insieme, la stella ci dovrà comparir doppia: lo che frattanto non si vede avvenire.

Accordisi pure che noi guardando la stella E rivolgiamo i due assi ottici ad un punto M non più lontano da noi di sei Miglia. Calcolando, si troverà facilmente che l'Angolo M A E non è maggiore di 0,00001, quantità d'ordinario insensibile all'occhio nudo: soprattutto riguardo alle stelle fisse, l'immagine delle quali, com'è noto, è sempre ad occhio nudo chiomata all'intorno, e maggiore di quanto comparisce in un Cannocchiale. Sicchè l'Obbiezione del Sig. d'Alembert, presentata in qualunque vogliasi aspetto, cade sopra errori non percettibili alla Vista, e però da non tenerne gran conto.

A chi non à bene esaminato il suo Campo visibile, tenendo l'Occhio immobilmente fiso in un dato scopo, sembrerà strano per avventura il sentirsi dire, che tranne gli obbietti vicinissimi all'asse ottico, tutti gli altri compariscono confusi, sparuti, e indefiniti; vestigj piuttosto che immagini vere d'obbietti. Ma svanirà ogni meraviglia, se si ponga mente all'ar-

tifizio, che tiene l'occhio per formarsi una sensazione chiara di tutte le varie parti d'un obbietto: l'artifizio consiste in ciò, che noi portiamo successivamente l'asse ottico sulle varie parti dell'obbietto medesimo, onde acquistarci di tutte successivamente una pittura fedele e pura: dopo di che la nostra Immaginazione, sostenuta da que' confusi vestigj, conserva l'idea una volta acquistata di quelle parti eziandio che più non veggiamo direttamente, per poco non così viva e distinta, come se tuttavia le guardassimo in faccia. E l'occhio trascorrendo su varj punti dell'obbietto, rivolge difatti il suo asse per movimenti angolari, che noi distinguiamo egregiamente, e che sono esattamente eguali agli *angoli ottici* compresi fra i varj punti suddetti. Talchè per ultimo l'intero campo visibile componesi, parte dalla Sensazione attuale di ciò che è vicinissimo all'asse visuale, parte dalla immaginazione di ciò che si era veduto direttamente un momento prima, ravvivata e sostenuta dai Vestigj laterali, comunque languidi e confusi; ed è poi regolato finalmente dagli angoli di rivolgimento dell'asse ottico. Con che un tale campo riesce tutto sensibilmente proporzionato alla geometrica Prospettiva del Mondo esteriore. Laonde riesce inutile il darci troppa pena, per cercare nelle interne rifrazioni dell'occhio il Segreto, con cui mettere al loro vero luogo le immagini degli obbietti laterali un po' discosti dall'asse.

Questa industria dell'occhio, e questa maniera con cui formasi il Campo visibile, era nota agli Antichi; e Vitellone la descrive al Lib. 2. §. 65. Già

prima di Lui, Euclide avea osservato: „ che noi non
 „ veggiamo mai tutto intero un' obbietto; e se ci
 „ par di vederlo, ciò avviene per cagione della ve-
 „ locità estrema con cui la Vista ne percorre di mo-
 „ to continuo e successivo le parti, senza ometterne
 „ alcuna „. La Vista, dice Tolommeo „ di sua natu-
 „ ra acuta e vivace, con movimento rapido esamina
 „ tutte le parti dell' obbietto, dirigendo su ciascuna
 „ d' esse gli assi ottici, con una rapidità, a cui po-
 „ che altre son pari: Così nasce nel senso completa
 „ e vera l' immagine dell' obbietto „. Veggasi Haller
 Physiol. Lib. 16. Sect. IV. §. 8.

FINE DELL' OTTICA PRESSO GLI ANTICHI.

II.

ERONE IL MECCANICO DEL TRAGUARDO.

TRADOTTO DAL GRECO ED ILLUSTRATO CON NOTE

Presentato all' Istituto in Luglio 1812.

L' Autore, di cui presento un' Operetta finora inedita, è conosciuto eziandio sotto il nome di Erone l' Antico; del quale Monsignor Baldi ed altri dopo lui hanno già favellato; ond' io mi restringerò qui ad accennarne l' epoca della vita, ed il catalogo delle opere.

Gli antichi Scrittori non dicono l' età in cui sia vissuto il nostro Erone; ma lo fanno discepolo di Ctesibio, che un greco autore presso Ateneo (Lib. 4.) asserisce esser fiorito sotto il regno di Tolommeo Evergete secondo. E sebbene il Poeta Edilo celebri dedicato nel tempio d' Arsinoe un vaso architettato da Ctesibio, non ne segue perciò, come hanno concluso con altri il Sassi e Reiske, che debba Ctesibio trasportarsi ai tempi di Tolommeo Filadelfo, per ordine di cui fu costruito quel tempio; imperciocchè ha potuto uno de' successori di Filadelfo, anche cent'anni dopo, riporre entro quel tempio e consecrarvi il vaso congeguato da Ctesibio. Non vi è dunque ragione per allontanarci dal senti-

mento del Baldi; e dobbiamo, sulla testimonianza di Agatocle riportata da Ateneo, far precedere all' Era comune di poco più che un secolo il viver d' Erone; il quale pur cita nelle sue Opere Filone Bizantino Scrittore di Macchine di Guerra, ed Eratostene, ed Archimede.

Sono state pubblicate a stampa, ed inserite poi tutte nei *Mathematici veteres di Parigi* 1693, le quattro seguenti Opere di Erone.

Costruzione della Balestra a mano.

Costruzione delle Macchine da lanciar dardi.

Gli Spiritali, ossia Macchine mosse per gioco d' aria.

Gli Automati, o vogliam dire semoventi.

Nella Dissertazione precedente ho provato appartenere ad Erone un Opuscolo stampato sulla *Cattottrica, ossia sugli Specchi*, il quale venne finora comunemente attribuito a Tolommeo.

Perdute od inedite del nostro Autore sono le opere seguenti.

Tre Libri di Meccanica, di parte dei quali Pappo reca un estratto nel libro ottavo della sua Collezione, e s' impegna di continuarlo; ma o Pappo non compì la sua opera, o dessa è giunta a noi mancante del fine, come lo è del principio. *Quattro libri degli Orologj ad acqua*. Erone li ricorda nella Prefazione a suoi Spiritali, dicendo che questi li dà come consecutivi di quelli; ed anche Teone li cita nel commento sopra Tolommeo.

Elementi di Geometria. Proclo, ne' suoi commenti sopra Euclide, riporta alcune dimostrazioni non ineleganti di Erone; ma non approva che questi avesse ridotto a tre soli gli Assiomi di Euclide. Se interpreto bene le parole di Proclo,

il N. A. avea conservato solamente i tre.: 1.^o *Le cose eguali ad una terza &c.* 2.^o *Se a cose eguali s'aggiungono o levano cose eguali &c.* 3.^o *Se a cose disuguali &c.* Di fatti prendendo a tutto rigore il nome d' *Assioma*, si concederà che Erone non avea gran torto; e Proclo stesso poi conviene, almeno in parte, con Lui. Forse di quest' Opera stessa, commentando Archimede sulla misura del Cerchio, avrà Eutocio ricavato il metodo per estrarre la radice quadra.

Dell' Opera d' Erone sul Traguardo, *τὴν διότρεα*, tre sole Biblioteche sono state, ch' io sappia, annunziate possederne un Esemplare; l' Imperiale di Parigi, quella di Vienna, e quella dell' Università di Strasburgo. Il Kollario avverte che l' esemplare di Vienna è mancante di presso ad un terzo. Dello Strasburghese parlò il Sig. Schweighäuser. in un Programma del 1789, chiamando l' Opuscolo rarissimo fra i tesori di tal genere, e proponevasi di esaminarlo più attentamente; lo che non ha poi eseguito, a cagione d' essersi occupato con meritato applauso in edizioni d' autori greci di primo ordine. Avendo io, anni fa, tirato Copia di tale opera dal Codice di Parigi, ed avendola recentemente confrontata con quello di Strasburgo, ho preso speranza, che possa non riuscire nè inutile, nè disagiata di darla tradotta interamente dal Greco. Poichè i Greci Geometri consideravano le operazioni del Traguardo come un ramo dell' Ottica; così quando l' Istituto onori di sua approvazione questo mio qualsiasi lavoro, esso potrà venire considerato come un seguito alle Considerazioni ch' ebbi già l' onore di mandare due anni fa intorno all' *Ottica degli Antichi*.

Che sia opera di Erone il Meccanico, mi sembra fuor d' ogni dubbio; sì perchè egli stesso la cita nell' Opera de-

gli Specchi; sì perchè, quanto al proemio ed allo stile di tutto il resto, essa combina a meraviglia colle altre Opere di lui; e sì perchè Erone il juniore nella sua Geodesia pubblicata dal Barocci confessa d'aver in essa compilato *roz- zamente* le cose dette con sublimità di dimostrazione dagli Antichi, fra gli altri da *Archimede* ed *Erone*; affine dic' egli, di dar mano ai principianti, e come suol dirsi, *dalla costruzione di un Mattone insegnar l'Arte del fare i Vasi*. Vedremo in seguito che il Juniore, nell'anzidetta compilazione, trascrive, ove non sono dimostrazioni, interi pezzi dell'opera sul Tragnardo: ed altri indizj scopriremo, che l'assicurano parto d'Erone il Meccanico.

Publicare il testo originale, sarebbe forse giudicata impresa superflua; non presentando esso nè fiori di stile, nè grammaticali singolarità. E non siavi, chi s'aspetti di riuvenir qui neppure lampi di matematica sublime o di ricondita scienza: vi si troveranno semplicemente descritte e dimostrate le operazioni d'un'Ingegnere pratico, quali costumavansi in Egitto, un secolo prima dell'Era volgare; vi si incontreranno dimostrazioni esatte di Teoremi non compresi nelle opere d'Euclide; e notizie che servir possono a stabilire l'Antichità di certi metodi e di alcuni istrumenti. Chi leggerà questa e le altre opere di Erone, converrà, credo, nel formarne il carattere, dicendo; ch'Egli era istruito nelle Scienze fisico-meccaniche, esatto nelle Dimostrazioni geometriche, minuto fors'anche di soverchio nella descrizione dei Metodi e degli Istrumenti; sempre intento a metterne in mostra l'utilità: e se non giunse all'acutezza matematica di Apollonio, al talento inventivo di Ctesibio, alla sublimità di Archimede; pure cedendo a questi tre la palma

del primato, seppe tuttavia meritarsi l'attenzione di varj scrittori dei Secoli susseguenti.

Ho posto cura che la traduzione riuscisse così fedele, come permettevano il genio della nostra lingua, lo stile de' moderni geometri, e gli errori della mia Copia, egualmente che del Manoscritto di Strasburgo. Sono essi in buon numero, soprattutto dove citansi le Lettere delle Figure; le quali ultime, per colmo d'imbarazzo, sono inoltre la più parte interamente sformate e guaste. Già sin da suoi giorni Pappo, con tutto che visse in Alessandria, si lagnava di non essergli venuti alla mano, delle opere di Erone, se non esemplari mutilati e scorretti. Ma la natura stessa dell'argomento e il filo del raziocinio insegnano ad emendare gli errori e i difetti de' Manoscritti. Ivi dove il giro delle descrizioni potrebbe parere soverchiamente verboso al gusto dei moderni Geometri, mi sono permesso di restringerlo, conservandone tuttavia con la dovuta fedeltà il sostanziale. Ed ho poi soggiunto alla fine di alcuni Paragrafi varie Note conducenti ad un maggiore schiarimento dell'Opera insieme, • dell'Argomento.

ERONE D' ALESSANDRIA

DEL TRAGUARDO

I.

Poichè l'operazion del Traguardo molti fornisce e necessarj usi alla vita e molto è stato detto intorno alla medesima: reputo che sia duopo ed illustrare in iscritto le cose lasciate da quelli che furono inanzi me, le quali come sopra servono all' uso, e condurre ad emenda ciò che è stato detto men destramente. Nè già stimo necessario recare in campo le cose non bene esposte o sbagliate da coloro che m' han preceduto; Chi lo voglia, potrà giudicare della differenza fra essi e me. Oltrecciò tutti quelli che tale operazione descrissero, non fanno sempre uso dello stesso Istromento, ma con molti e diversi, pure uno scarso numero di problemi riducono a compimento; mentre noi abbiamo preso ambizione appunto in ciò, di soddisfare col medesimo Traguardo a tutti li propostici Quesiti. Tuttavolta se siavi chi ne immagini un' altro, non gli sarà tolto per lo Traguardo costruito da noi di operare eziandio col proprio.

Bitone Scrittor delle Macchine da guerra, ragionando del prendere l' altezza dei muri delle Città che si vogliono battere, dice „ di questa speculazione essersi da lui favellato nei libri dell' ottica; avendo ivi spiegato una spe-

„cie di Traguardo „ (*Mathematici veteres* p. 108.). Esso è probabilmente fra quelli, che Erone accenna aver trattato prima di Lui questo medesimo argomento.

II.

Che poi l'operazione del Traguardo molti usi fornisca alla vita, si può dimostrare con poco. Imperciocchè serve essa utilmente alla derivazione delle acque, ed alla costruzione delle Mura e dei Porti e d'ogni maniera di Edifizj: Iudi a molto di ciò che riguarda la contemplazione del Cielo; misurando sia gli interstizj delle stelle fra loro, sia la loro grandezza e lontananza, sia la quantità degli ecclissi del Sole e della Luna: Poi serve alla delineazione dei Luoghi e delle Isole e dei Mari; e in generale a tutti gl' intervalli che si vogliono misurar da lontano. Vi è di spesso un qualche impedimento che vieta di avvicinarci, od attesa l'occupazione dei Nemici, o per l'incontro d'un Fiume che tragge rapidamente. Molti eziandio, che intraprendono di attaccar le Città, preparate le scale e le altre macchine all'uso, quando poi le avvicinano alle Mura si rendono soccombenti in faccia al nemico, per essersi sbagliati nella misura dei Muri, a cagione di loro inesperienza nella operazione del Traguardo; giacchè si è costretto mai sempre di prendere tali misure standosi fuori del tiro d'un dardo.

In primo Luogo adunque esporremo la costruzione del Traguardo: poscia ne indicheremo gli usi.

III.

La costruzione del Traguardo è come segue. Evvi un sostegno a foggia di piccola colonna, il quale à nella parte superiore un rotondo perno; intorno al perno sia un piattello circolare di rame; avente lo stesso centro col perno. Ponesi pure intorno al perno un cannoncello di rame; tale che possa girare speditamente intorno al medesimo: codesto cannoncello, nella sua parte inferiore tiene attaccata una rotella dentata appoggiata sull' anzidetto piattello; e nella sua parte superiore à un plinto, ossia pezzo quadro, in maniera di raffigurare per eleganza un capitello Dorico. Alla suddetta rotella dentata si appone una piccola vite, i vermi della quale combinano coi denti della rotella; Li piccoli sostegni della vite sono fissati sul piattello, che è più grande della rotella. Se dunque gireremo la vite, moveremo intorno eziandio la rotella dentata e il cannoncello aderente alla medesima; questo è aderente alla rotella per mezzo di tre piuoli che discendono dalla base di esso entro la rotella e si movon con essa. La vite à al lungo di se un solco incavato sino al fondo de' suoi vermi; onde se giriamo la Vite, sicchè il Solco predetto vada rimpetto ai denti della rotella, questa sarà libera a muoversi. Ponendo allora la rotella ove chiede il bisogno, giriamo poi di nuovo un poco la vite, in guisa d' implicarne i vermi coi denti, e così rendiamo immobile la rotella. Sia dunque A B (*Tav. 2.^a Fig. p.^a*) il piattello intorno al perno, ed attaccato fisso al sostegno; G D la rotella affissa

al cannoncello; E Z la vite aggiacente alla rotella medesima; L K il cannoncello aderente alla rotella, il quale porta, come si è detto, un capitello Dorico H K. Sul plinto di questo Capitello stanno due sostegni simili a due piccole righe, distanti fra loro in maniera di potervi adattare frammezzo la grossezza d'una rotella; e sul plinto stesso fra le due righe evvi una vite aggirantesi, i piccoli sostegni di cui . . .

.....

Qui trovasi nei Manoscritti un vuoto, che dovea contenere la descrizione intera del rimanente della Macchina. Ma ciò che manca, possiamo indovinarlo da quanto ne dice l'Autore, nell'atto d'applicarla alla soluzione dei varj Problemi. Imperciocchè il Traguado avea una Riga, per mezzo della quale si prendeva di mira l'obbietto che volevasi misurare. Questa Riga girava, radendo la superficie d'un piatto grande abbastanza per poterne dividere l'orlo in 360. gradi, ed in parti di gradi (XXXII.). Il Piatto dovea anche esser più grande, se con esso doveano risolversi con qualche tollerabile esattezza i problemi dei §. XVIII. XIX. e XXI. Esso disponevasi in qualunque Piano inclinato, od anche perpendicolare all'orizzonte (XVIII. XIX. XXXII.). Con ciò potevasi mettere la Riga altresì in qualsiasi positura inclinata, e fissaravi (X. XIV. XXI.). La Riga poteva levarsi facilmente dal piatto e poi rimettersi (XXXII.). Eravi finalmente un Semicircolo, per mezzo del quale la Riga portavasi a mirare alto o basso, movendosi in un piano perpendicolare all'Orizzonte (VIII. IX.); e questo semicircolo dovea esser mobile fra i due sostegni alzati sul plinto, dei quali l'Autore parla un momento prima della interruzione dei Manoscritti. Da una Figura poi deforme affatto, che è nei Manoscritti

medesimi, argomento; che la Colonna portante l'Istumento poggiavasi a tre piedi; che come le Righe le quali vedrem destinate fra poco all'operazione del Livello, Essa avea un peso pendente, affine di metterla in situazione verticale; e che i fori della Riga, attraverso de' quali si riguardava, erano tagliati a mo' di croce. Da tali dati si vede che l'Istumento di Erone avea molta somiglianza coi moderni Teodoliti; ed era press'a poco come l'ho disegnato nella Fig.^a 1.^a Ho poi conservato nella Fig.^a 2.^a alcuni disegni grossolani del medesimo, quali si veggono nei due Manoscritti.

Forse quando trattavasi di livellare, allora toglievasi il Cannoncello L K e tutta la parte superiore della Macchina; mettendo in sua vece con un altro Cannoncello, la Riga descritta nel §. susseguente. Ma poichè Erone si è dichiarato sopra di eseguire tutte le operazioni con un solo Istumento; ho preferito nella Fig.^a 1.^a di porre sul Piatto superiore la stessa Riga del Livello, che l'Autore passa ora a descrivere; e che, versata l'acqua fuori dei Cannoncelli di Vetro, può egualmente bene servire alle altre operazioni:

IV.

..... combinano coll'enzimato perno, e questi lunghi e concentrici al perno sporgono in alto quanto è quattro dita. Nell'intervallo che è fra li due sporti s'incasta una Riga in traverso, avente la lunghezza di quattro cubiti, larga e grossa così che combini coll'anzidetto spazio, dal quale eziandio vien divisa per mezzo, quanto alla sua lunghezza. Nella faccia superior della Riga è tagliato un canale, col fondo o concavo o rettangolare, di lun-

ghezza tale che possa ricevere un tubo di rame avente la lunghezza della Riga di dodici dita. Al tubo di rame sono aggiunti a squadra nelle due estremità due altri tubi, di modo che sembra ripiegato, e l'altezza della svolta non è più di due dita. Indi chiudesi il tubo di rame entro la Riga, che in lunghezza combina col tubo stesso; sicchè lo ritenga e presenti un aspetto più decente. Nelle anzidette svolte del tubo s'inserisce stretto all'una ed all'altra un cannoncello di vetro, con diametro tale che combaci col tubo, ed alto circa dodici dita; poi si serrano i due cannoncelli nelle due svolte con cera o con altro stucco, onde l'acqua versatavi entro per uno dei cannoncelli non possa da veruna banda spicciar fuori. Sulla Riga trasversale, colà dove sono i due cannoncelli di vetro, si mettono ad essi intorno due piccoli incassamenti, o pilastretti vuoti dentro, per mezzo ai quali passando i due vetri sono ritenuti al loro posto; e nei pilastretti medesimi s'adattano due laminette di rame, le quali possono scorrere in solchi, lungo le pareti de' pilastretti, radendo i cannoncelli di vetro, ed hanno in mezzo fenditure, per le quali si può traguardare. Alle anzidette laminette s'attaccano dalla banda inferiore tubetti alti mezzo dito, ed a questi si assestano assicelli di rame così lunghi, come è alto presso a ciascuno de' cannoncelli di vetro il pilastretto, il quale per un apertura s'insinua entro la Riga portante il tubo. Negli assicelli sono incisi i vermi d'una vite, ai quali si fanno le madri corrispondenti entro pivoli fermati nella Riga. Se dunque Uomo volga intorno la parte degli assicelli

sporgente al di sotto, esso moverà all'alto ed al basso le laminette che portano le fenditure; poichè la cima dell' assicello verso la laminetta à un chiovetto che entra nel vano del tubetto attaccato alla medesima.

Il testo dà quattro Cubiti di lunghezza alla Riga, e poi solamente mezzo cubito al tubo del livello; locchè non so combinare, e sospetto esservi error di Copisti nell' un passo o nell' altro. Il Livello e il Traguardo riuscirà assai più esatto, se i due cannoncelli di vetro sieno distanti fra loro i quattro cubiti interi: e così ho supposto nel disegnarne la Figura 1.*

V.

Già descritta avendo la costruzione del Traguardo; parleremo adesso delle righe e degli scudi che l' accompagnano. Si fanno due righe lunghe dieci cubiti l' una, larghe cinque dita, grosse tre. Nel mezzo della larghezza di ciascuna d' esse formasi una coda di rondine femmina, lo stretto della quale guarda all' infuori, ed è in lunghezza pari alla riga. A questo incavo si adatta una piccola testuggine, che possa scorrervi al lungo liberamente ma non distaccarsene. Sulla piccola testuggine si inchioda uno scudetto avente in diametro dieci o dodici dita; e tirata per mezzo di esso in traverso una retta perpendicolare alla lunghezza della riga, si colora l' uno dei semicircoli in bianco, e l' altro in nero. Dalla piccola testuggine partendo una corda si rende per una carrucola situata nell' alto della riga alla banda po-

steriore d'essa riga, dove non è lo scudetto. Se dunque taluno ponga eretta sul suolo la riga, e tiri dalla banda di dietro la corda, leverà in alto lo scudetto; e se la rilasci, lo scudetto sarà premuto dal proprio peso al basso, portando esso dalla sua banda posteriore inchiodata una lamina di piombo, in modo che discende da se medesimo. Quindi se riterremo la corda, lo scudetto ch'era lasciato discendere si fermerà a tal luogo della Riga che a noi piaccia. Dividasi poi la Riga, incominciando dalla testa del basso, esattamente in cubiti e palmi e diti, quanti ne riceve la sua lunghezza; e per le divisioni si tirino altrettante linee sulle parti della Riga che sono a destra dello scudetto: Questo avrà nella sua banda posteriore un Indice, che dal diametro accennato sopra dello scudetto va a cadere sulle anzidette linee tirate nella parte di costa della Riga. Le Righe si mettono perpendicolari esattamente sul suolo nella seguente maniera: nel loro lato di costa, che non à le divisioni, si pianta un piuolo lungo tre diti; verso la testa del quale si fa un foro dall'alto al basso, capace di ricevere un filo che porti attaccato un peso; e similmente al basso della Riga piantasi un piuolo così lungo com'è lontan dalla Riga l'anzidetto foro; sulla testa del qual piuolo inferiore si tira per mezzo una linea reita all'alto. Quando il filo sopranunziato combinerà con questa linea, esso metterà perpendicolare la Riga.

Spiegata così tutta la costruzione del Traguardo; ora passeremo ad esporne gli usi come meglio per noi si potrà.

Giova qui indicare unito insieme il sistema delle misure delle quali servesi in questa e nelle altre sue opere Erone. Il circuito della Terra, ch' Ei prende da Eratostene, è di 25am. Stadj; e però il Grado è 700. Stadj (XXXVI). Lo stadio 400. Cubiti (XXXIV). Il Cubito 24. dita (Mathemat. Veteres p. 142). Il Piede è 16. dita (Ibid. p. 115). D' altronde si sa che il Palmo era la sesta parte del Cubito (Ibid. p. 55).

Che se si tratti di ridurre tali Misure al Metro, fa di necessità abbandonare le ingegnose sì ma non vere immaginazioni di chi à voluto dare alle misure geografiche de' Greci una concordanza e perfezione, ond' erano ben lungi; del che si convincerà subito chiunque voglia soltanto osservare la maniera incerta e grossolana, con cui Tolommeo stabilisce le basi della sua Geografia. Ragionando più naturale, è duopo convenire nel ragguaglio del Miglio Romano ad otto stadj Greci comuni, come lo attribuiscono alla misura d' Eratostene medesimo, Censorino (De die Natali Cap. 13.), ed Armenopulo; e come lo danno in generale Polibio, Strabone, Vitruvio e tutti gli Autori o contemporanei o poco posteriori ad Erone. Alessandria era Città di istituzioni greche interamente, e per testimonianza d' Igino, al suddetto ragguaglio corrisponde il Piede, del quale facevano uso i Tolommei nella distribuzione delle Terre. Poichè dunque si sa, che il Piede Romano antico è Metri 0,295; riuscirà il Cubito d' Erone Metri 0,461. Con che la misura del grado d' Eratostene sarebbe sbagliata d' un sesto; errore perdonabile per que' tempi.

V I.

Trattisi di esaminare, fra due punti distanti comunque fra loro, quale dei due sia più alto o più basso, e quanto; o se ambidue giacciono a livello,

vale a dire in un piano parallelo all'orizzonte. Esamineremo eziandio i luoghi situati nell'intervallo fra que' due punti, come stieno e fra loro, e riguardo ai punti dati da principio.

Sieno i due dati luoghi o punti A, B (*Tav.^a 3.^a fig. 8.*); il punto B sia dov'è l'acqua, ed A quello ove debbe condursi. Pongo una delle enunziate Righe A G in A; porto il Traguardo lungi da A tanto e fin dove si può veder tuttavia la Riga A G, andando verso la banda di B. Giro la Riga trasversale che è sull'alto della Colonneta, e nella quale sono li cannoncelli di vetro, sicchè venga in direzione di A G. Poi volgendo le viti che son nella Riga, ne alzo le lamine siantochè le fenditure loro si trovino contro le linee segnate sui vetri dalla superficie dell'acqua che vi è dentro. Stabilite così le lamine, traguardo per le loro fessure in mira alla Riga A G, alzando od abbassando lo scudetto, sinchè mi comparisca la linea di mezzo fra il color bianco ed il nero. Ora lascio fermo il Traguardo, e passando dall'altra banda miro, attraverso le fenditure, l'altra Riga allontanata dal Traguardo quanto si estende la vista; e rilasciato in questa pure il suo scudetto, miro la linea di mezzo fra i due colori. Sia dunque la seconda Riga DE; il Traguardo ZH; i punti presi col Tragnardo G, E; il punto D, dove la seconda Riga poggia sul Terreno. Misuro le due A G, DE; e s'incontri essere A G di sei cubiti, e la D E due cubiti. Faremo di ciò due Note; sopra una delle quali scriveremo *Discesa*, sopra l'altra *Ascesa*: Segno li sei cubiti nella nota della *Discesa*, li due in quella della *Ascesa*.

Stando ora ferma la Riga D E, trasporto il Traguardo per esempio in K, ne volgo la Riga, sinchè per essa miro di nuovo alla D E, metto a posto le lamine, e pongo la Riga A G più in là del Traguardo alla banda opposta di D E per es. in O &c. *(ometto il resto dell' Operazione, che l' Autore conduce per dieci stazioni successive)* L' ultima Riga deve porsi presso la superficie dell' Acqua. Sommo insieme tutti i numeri della Discesa, e similmente quelli dell' Ascesa; la differenza è 10 di più nella Discesa verso la banda ove vogliamo condurre l' acqua; onde questa vi scorrerà. Se fossero eguali le somme delle due Note, i due punti A, B sarebbero egualmente alti, vale a dire sullo stesso piano orizzontale; ed anche in tal caso si potrà derivar l' acqua. Ma se il numero della Discesa riesca minore, sarà impossibile che l' acqua si mova da se; e sarà duopo alzarla. L' alzamento si otterrà; se il luogo è assai più basso, col mezzo degli Orciuoli, o della così detta Catena; se lo è di poco, con le Chiocciole, o con le Rote parallele. Esamineremo altresì i luoghi intermedj per i quali abbiám risoluto di condur l' acqua, come stieno fra loro e riguardo ai due estremi, servendoci dello stesso metodo, come se i Luoghi intermedj fossero li dati da principio; che non vi è differenza. Converrà eziandio, calcolando tutta la lunghezza, vedere dell' intera pendenza quanta parte provenga per Stadio; e conseguentemente a ciò, posti i segnali i termini e le iscrizioni nei luoghi intermedj, arginarvi e rimettere; sicchè i lavoratori non sbagliino in nulla. Nè l' acqua si deriverà già per

quella linea per la quale abbiamo misurato la pendenza, ma per quella che sarà opportuna a formarvi il Canale. Spesse fiate si frappone un qualche impedimento, un monte tropp' alto o petroso, siti spugnosi o zolforosi, o tali altri luoghi nocivi all' acqua; ove ne incontriamo, devieremo da essi, a fine di non nuocere alla condotta dell' acqua. E perchè tirata l' acqua per una via più lunga del bisogno non si cada in una spesa maggiore, dimostreremo qui di seguito, come si possa trovare la Retta che passa fra due punti dati (*uno invisibile all' altro*), essendo essa fra gli stessi termini la più breve di tutte. Che se nel fare questa determinazione, cadiamo in alcuno de' suddetti inconvenienti, lo eviteremo.

Vitruvio Lib. X. Cap. IX. describe 1.º le Rote parallele da alzar acqua; 2.º gli Orciuoli; 3.º la Catena; E nel Cap. XI. reca la costruzione della Chiocciola: Che sono le quattro Macchine indicate sopra da Erone. Questi descrive altresì ne' suoi Spiritali le Trombe da alzar acqua: ma forse gli Antichi di queste non facevano uso se non quando le quattro precedenti Macchine erano inapplicabili al Caso: e ciò attesa la perdita di Forza che si fa nelle Trombe per lo soffregamento dello Stantuffo, e per le strozzature dell' Acqua.

VII.

Dati due Punti, dei quali l' uno non vede l' altro; congiungerli, per mezzo del Traguardo, con una linea retta; qualunque siasi la distanza fra loro.

Sieno i due dati Punti A, B (*Tav.ª 3.ª fig. 9.*). Si

prepari il Traguardo a poter mirare in piani perpendicolari fra loro; pongasi il medesimo in A, e col suo mezzo si prenda sulla pianura una retta A G di qual lunghezza vogliamo. Poi si trasporti il Traguardo in G, e si conduca la G D perpendicolare ad A G, e di lunghezza qualunque siasi. Si trasporti di nuovo il Traguardo in D, e si tiri la D E a squadra con G D &c. finchè si arrivi ad una perpendicolare L B, lungo la quale veder si possa il punto B.

Mentre così traguardiamo, forneremo su d'una Carta o d'una Tavoletta manuale il disegno della operazione, cioè le svolte delle linee rette; e su ciascuna inscriveremo la sua lunghezza. Sia dunque... &c. (*come nella figura*)

S'immagini ora condotta la A M perpendicolare ad A G; e prolungate le rette (*come nella figura*), fatto il calcolo si trovi per es. $A M : M B = 72 : 32$.

Trovato questo: prendasi sulla A M una parte A T lunga ad arbitrio, e per es. di nove Cubiti. Si tiri T Y perpendicolare ad A T; e facciasi $A M : M B = A T : T Y = 9 : 4$. Il punto Y cadrà sulla Retta che unisce i due punti A, B. Di nuovo conducasi ad Y T perpendicolare la Y F, lunga per caso 18 Cubiti; ed ad Y F perpendicolare parimenti la F X. Facciasi qui pure $A M : M B = 18 : 8$; e presa $F X = 8$, il punto X sarà sulla retta che congiunge i due punti A, B. Così operando col Traguardo, e calcolando colla medesima proporzione, avremo punti successivi sulla retta A B, che si dimandava.

VIII.

Dati due punti, uno presso noi, e l'altro da lungi: prendere la distanza fra loro, riferita alla Pertica, senza avvicinarci a quello che è lungi.

Sieno i due Punti, A (*Tav. 3.^a fig. 10.*) presso noi, B lontano. Si ponga il Traguardo munito del semicircolo in A, e si giri la Riga che è sul piatto, finchè vi comparisca il punto B. Dopo ciò, trasportatomi alla opposta estremità della Riga, piego il semicircolo, fermo restando il rimanente; e prendo nelle parti a me vicine un punto G situato in direzione della AB. Poi col Traguardo conduco da A, e da G le due AD, GE a squadra con BG; e prendo sulla GE a caso il punto E. Trasporto il Traguardo in E ne diriggo la Riga, in modo che veggasi il punto B, e tutt' insieme l' altro D della AD sulla stessa linea EB. Si forma così il triangolo BGE, nel quale GE è parallela ad AD. Io saprò la ragione GE:AD, misurandole ambedue alla Pertica. Si trovi per caso $GE = 5 AD$; dunque BG è quinqupla di BA; e però AG è quadrupla di BA. Posso misurare alla Pertica la AG; onde posso sapere eziandio quanto sia la AB relativamente alla Pertica.

Dove traduco *Pertica*, il Greco à sempre *τελε διαβήτης*, che è una cosa ripiegata a mo' di Compasso. Forse i Greci prendevano le brevi lunghezze col compasso, confrontando poi questo col Campion di misura. Dico le *brevi*; perchè quando si tratta di lunghezze notabili, Erone le misura colla Corda, o con la Catena (XXIII, XXXIV).

I X.

Prendere la larghezza d' un Fiume, stando in una sola sponda.

Le sponde del Fiume sieno (*Tav. 3.^a fig. 11.*) A B, C D. Pongo il Traguardo sulla sponda G D, per es. in E; volgo la Riga, sinchè per essa apparisca un punto D sulla medesima sponda; e girando poscia intorno la Riga, conduco la E Z perpendicolare ad ED; indi piego il semicircolo, finchè sulla sponda opposta si veggia lungo la riga il punto Z; e poichè si concepiscono parallele fra loro le due sponde, la E Z perpendicolare alle medesime sarà la larghezza del Fiume. Prendasi dunque, come abbiamo imparato sopra (VIII), la distanza E Z relativamente alla Per- tica; e diremo esser questa la larghezza del Fiume,

Questo facile Problema scioglie eziandio Giulio Africano ne' suoi Ricami (*Mathem. Veteres* p. 296). Lo scioglie purè ed anche più semplicemente Ginnio Nipso, o chichesiassi altri fra gli Scrittori Agrarj (pag. 285 del Goesio); dove insegna come si possa colla linea agrimensoria saltare di là del Fiume . Forse non è stato sinora compreso interamente quel Fragmento ; dall' Editore poi lo è stato meno che da tutt' altri : onde lo riporterò qui , aggiugnendovi soltanto del mio , per renderlo piano e chiaro , la Figura e le Lettere : Servirà esso tutt' insieme a far conoscere la dicitura de' Romani Ingegneri . Vedremo a suo Luogo cosa fosse il *Ferramentum* e la *Groma* (XXXII); per ora basti sapere , che era una specie di squadra .

„ *Varatio Fluminis* . Si in agri quadratura tibi dictanti
 „ *occurrerit flumen quod necesse sit varari , sic facies .*
 „ *Rigor A C* (*Tav. 3.^a fig. 12*) qui impingit in Fluvio ,

„ exinde versuram facies in B. In quam partem verteris,
 „ tetrantem ABE pones. Deinde transferes ferramentum
 „ in eum rigorem BE quem dictaveris, ex eo rigore ABC,
 „ qui in Flumen impegerat. Deinde trasferes ferramen-
 „ tum in E, et comprehenso rigore EB quem dictasti,
 „ versuram facies BEF in partem dexteram. Deinde exi-
 „ ges medium illum rigorem EB a tetrante B, et divides
 „ illum in duas partes BD, DE, et signum D pones.
 „ Deinde figes perpensum Ferramentum ad signum D,
 „ quod dividit duas partes BD, DE quas divisisti. (così
 „ legge Rigalzio). Ex fixo Ferramento et perpenso com-
 „ prehenso rigore ad umbilicum soli (la linea compresa fra
 „ il centro dello squadro ed il punto D dovea essere a
 „ piombo sul suolo che si suppone Orizzontale), emissum
 „ perpendiculum cum super signum D ceciderit, percutis
 „ gromam, donec comprehendis signum H quod posueras
 „ trans Flumen. Cum diligenter comprehenderis, transis
 „ ex alia parte Ferramenti, et manente groma, dictabis
 „ rigorem DF. Ubi se conseruerit norma tua EF cum
 „ eo rigore DF quem dictaveris, signum F pones, et exi-
 „ ges numerum FE a signo F ad tetrantem FEB. Sed
 „ quia linea BE quam secueras median D duo trigona
 „ ostendit DBH, DFE, et quia Cathetus BD Catheto
 „ DE par est, erit et basis BH basi EF par. Quantum
 „ ergo numerus basis EF, junctis trigonis quæ exegisti
 „ fuerit, tantus rigor BH alterius trigoni BHD, cujus
 „ rigor BC impactus in fluvium.

Salmasio avea rettamente compreso, che nell'articolo
 pur ora esposto *varare* significhi *passare il Fiume*; ma Coe-
 sio pretese che vi si trattasse piuttosto di prenderne la
Curvatura, ed à condotto poi seco in errore soprattutto i
 Lessicografi. Convien quindi assicurare di quel vocabolo
 in pieno la parentela e la interpretazione.

Convengono gli Eruditi essere *Vara* uno stromento bi-
 forcuto, che Orazio chiamò *Amitem*, e Virgilio *furcam bi-*

cornem. Schneider meglio di Forcellini ha veduto che *Vara* in Columella è una *Forcella* vestita di paglia. *Vara* presso Vitruvio debbono intendersi Travi aggiogate insieme a mo' di un Λ greco, onde sostenere con esse il tetto della Testudine militare.

Varus adjettivo si applica ad un Oggetto divergente da un altro, ed è sinonimo di *varicus*. I Lottatori spingevano innanzi *varas manus*, *brachia vara*, cioè divergenti; della forza in tenerle così per lungo tempo spinte innanzi e distese Dione Grisostomo loda l'Atleta Melancoma; ed Eustazio altresì ne parla (Iliad. fol. 1322, 1324; ed Odiss. fol. 1839). Secondo Varrone, un bel Cane debbe avere *crura vara*; i Geoponici tradussero *καμπύλεις*; dal greco *καμπύλος* noi abbiamo derivato *sghembo* e *sghimbescio* nella stessa significazione di *varus*, volgente cioè *in traverso* ed a *schisa*, *σχισμός*. E quand' anche le gambe d' un uomo fossero fra loro divergenti dal basso all' alto, potrebbero tuttavia, come presso Celso, chiamarsi *varæ*, ossia poste a *sghembo*. Dal neutro *varum* (raddolcita la *r*) derivasi *val-lum* „ vel quod ea varicare nemo possit vel quod extrema „ bacilla furcillata sunt ad modum literæ V „; così etimologizza Varrone. Similmente *Vara cornua* presso Ovidio sono *cornua dilatata e divergenti*; *Vara ingenia* presso Persio sono *Ingegni disparati*; e *Regula varo pede* presso quest' ultimo Autore è uno squadro fallace perchè ha le gambe divergenti fra loro in angolo ottuso. *Varicus* è colui che à le gambe o le cosce *slargate*. (Ovid. de arte. Apulej. lib. 1).

Analogo ai precedenti è il senso dei due Verbi *varare* e *varicare*. Ennio disse *consiliis obvarant*; discordano, divergono d' opinioni. La meretrice *divaricat pedes suos omni transeunti*. Presso Plinio l'Aratore curvo sull' aratro *mena il solco in traverso*, *prævaricat*, forse abbreviato da *prætervaricat*. Finalmente poi gli stessi due verbi sono stati per metafora impiegati nella significazione, da noi Italiani pure adottata, di *valicare*, *varcare*; perchè chi passa un

rivo *allarga* le gambe per transitarlo; onde le glosse traducono *varicat* $\varpi\tau\epsilon\beta\acute{\alpha}\nu\eta$; ed Isidoro *varicavit, ambulavit*. Questa è la Interpretazione del *varare Flumen* nel passo Agrario sopraesposto. In un altro, che riporterò al §. 25. vedremo *varare* nel significato suo proprio di *divergere*.

X.

Dati due punti visti da lontano: trovare la distanza fra loro relativamente alla Pertica; ed anche la posizione.

I due punti dati sieno A, B (*Tav. 3.^a Fig. 13.*) si prepari il Traguardo ivi dove noi siamo, per es. in G; e si giri la Riga finchè si vegga per essa il punto A; sarà la Linea della mira AG retta. Si conduca col Traguardo stesso la GD perpendicolare a GA. Trasporto sulla GD il Traguardo, in fino a che da un punto E di essa retta comparisca il punto B sulla EB perpendicolare a GD; sarà AG parallela a BE. Trovo la Distanza da G ad A (VIII) e parimenti da E a B. Se $GA = EB$, sarà pure $AB = GE$, e quest'ultima la possiam misurare, essendo dalla nostra banda. Sia $BE > GA$; prendo $EZ = BE - GA$; sarà ZB eguale e parallela a GA; onde anche AB è eguale e parallela a GZ; la quale ultima possiam misurare. E sappiamo eziandio la posizione di AB, giacchè le abbiain trovato una parallela.

Si può anche prendere altrimenti l'intervallo AB. Pongo il Traguardo dove voglio, per es. in G (*Tav. 3.^a Fig. 14.*); tiro col medesimo le due GA, GB, e le misuro (VIII). Prendo GD che sia una certa par-

te di GA, per es. la decima; e prendo GE, che sia la stessa parte di GB. Congiunta la DE, sarà essa pure la decima parte di AB, e parallela a Lei. Ma posso misurare la DE, che è presso me. Dunque ho eziandio la misura e la posizione di AB. Lo stesso si otterrà formando in simil maniera col Traguardo il Triangolo GZH alla banda opposta di AB.

Erone il Juniore à copiato senza Dimostrazione, come far suole, la soluzione di questo Problema nella 2.^a, 3.^a, e 4.^a Proposizione della sua Geodesia tradotta dal Barocci.

Lo stesso Problema secondo il primo metodo d'Erone scioglie pure Iginò nel suo *Cromatico*. (Edizion del Goesio p. 168). Ma bisogna, coerentemente alla soluzione di Erone, correggervi le lettere, e quanto alla Figura, e quanto al testo; altrimenti, prese come stanno, il passo è inintelligibile. Eccone a mio avviso la Figura vera e le Correzioni. (*Tav. 2.^a Fig. 3.^a*)

„ Sit ergo forma Conspectus ABCD. Nunc linea pri-
 „ mum constituta quæ est inter BD, conspiciamus signum
 „ A; ex B prolato per exiguum rigorem BF Ferramento,
 „ normaliter paucas dictabis metas ex signo F (*per FC*).
 „ Prolato iterum exiguum Ferramento in signo E, signum
 „ A conspiciemus, ita ut rigorem ex E missum (*ad A*)
 „ secet signum G. Et quicumque numeri fuerint, sic ob-
 „ servabimus: quomodo fuerit EF ad FG, sic EB ad BA
 „ tractabimus, erit (*hæc*) longitudo conspectus inter B, A.
 „ Eadem ratione et alteram partem DG conspiciemus
 „ (*ex. gr. ex MNO*). Quanto deinde CD longior fuerit
 „ (*quam AB*), signo H notabimus. Ex signo hoc in B
 „ rectam lineam injungemus HB, quæ erit ordinata AC.

X I.

Data una Retta; tirare al punto estremo di essa una perpendicolare, senza approssimarci nè alla data retta, nè, al suo punto estremo.

Sia la Retta A B (*Tav.^a 3.^a fig. 35.*) e si tratti di trovare la perpendicolare tirata dal punto A. Si trovi presso a noi la posizione di A B (X); e sia questa G D. Porto il Traguardo lungo la G D conservandone sempre la Riga diretta a qualche punto preso sulla stessa G D, sinchè rivolta poi la Riga alla Situazione perpendicolare incontri il punto A. Avvenga ciò in E. Sarà EA la perpendicolare cercata.

X I I.

Veggendosi un punto in alto, trovare la perpendicolare abbassata dal medesimo sopra il nostro Piano orizzontale senza avvicinarci al punto veduto.

Sia il punto elevato A (*Tav.^a 3.^a fig. 36.*); il piano del nostro orizzonte passi per B. Pongasi il Traguardo in B; la colonnetta s'intenda essere BG, la Riga mobile per cui traguardiamo DGE. Questa diriggasi ad A; e stando ivi ferma, fra essa ed A pongansi ritte in alto altre due Righe ZH, LK diseguali d'altezza; e d'esse la maggiore si ponga più verso A. La Campagna sia la linea qualunque BZL, e la BM s'intenda essere il nostro Piano orizzontale. Stando ferma la Riga DGE, cada la mira sul punto H della HZ, e sul punto K della KL. Prolungate le due HZ, KL in N, O, e condotte le

due HP , KR parallele alla BM ; si può livellando investigare quanto il punto Z sia più alto di B , ossia il valore della ZN . E similmente sapremo la LO . Ma noi sappiamo eziandio le due HZ , KL ; dunque son note le due HN , KO , e però anche la loro differenza KP . Della distanza HP posso aver la misura relativamente alla pertica; onde conoscerò la ragione $HP:PK$. Abbassata da A sul nostro orizzonte la perpendicolare $ARSM$ sarà $HP:PK = KR:RA$. Ma si è alla pertica la distanza $LS = KR$. Sapré dunque il valore di RA ; ed aggiuntavi la $RM = KO$, sapré quanta sia l'intera perpendicolare AM .

Potrebbe il punto S essere inaccessibile ed anche invisibile; come per es. se A fosse la cima d'un monte. In tal Caso si potrà trovare la distanza LS operando come al §. VIII. Portando cioè il Traguado in L , ne volgo la Riga ad A ; indi ne movo il semicircolo in modo che la Riga discenda alla situazione orizzontale, conservando sempre la mira sul Piano LAS , come l'autore stesso la fa muovere in altri Casi simili (VII, IX). Allora giro la Riga stessa a segnare sul Terreno una perpendicolare ad LS ; e proseguendo come nel suddetto §. VIII, troverò il valore della LS , e quindi poi della AS . Il N. A. nel §. seguente suppone che siasi determinato il valore della LS , senza poterci avvicinare alla AM .

Frontino il Gromatico dice, che nella guerra Dacica Ei sapeva misurare, *veneratis Diis, expugnandorum montium altitudines*. (Rei Agrariæ p. 29). Quando poi si trattava di prendere l'altezza d'un semplice Muro o Torre, gli Antichi facevan uso eziandio d'una semplice riga guernita de' suoi traguardi, e sospesa nel suo mezzo in guisa d'una Lampara a due braccia; la quale però chia-

navano *Lychnia*. Vedi Erone il Giovine nella Geodesia del Barocci Prop.^a 1.^a; e Giulio Africano nei Ricami p.^a 296.

XIII.

Dati due punti visti in elevazione, trovare la perpendicolare che cade dall' uno di loro sopra il piano orizzontale che passa per l'altro, senza avvicinarsi ai medesimi.

I due punti sieno A, B (Tav.^a 4.^a fig. 17.). Si può aver la misura delle due AC, BD abbassate a squadra sul nostro piano orizzontale (XII). Si congiunga la GD; e s'intenda condotta per A una parallela a GD che tagli la BD in E; la perpendicolare cercata sarà $BE = BD - AG$.

Poichè è nota come sopra la BE, ed è data alla pertica la GD (X, e Nota al §. XII.) sarà pur data la AB, che è l'Ipotenusa dei due Cateti AE, EB.

Se si tratta di determinare la posizione di AB; prendasi la posizione del piano AGDB, ossia della GD (X). Sia questa la ZK, sarà essa parallela anche ad AE. Sulla ZK prendansi due punti a caso Z, K, e da K si alzi, col mezzo d'una riga o d'altro, la KL perpendicolare all'orizzonte, e quindi parallela a BD. Facciasi AE:EB = ZK:KL. Congiunta la ZL sarà parallela ad AB; e così avremo presso noi la posizione di AB.

Dalle cose ora imparate si fa manifesto, che essendovi un monte, si può, senza avvicinarlo, trovare la perpendicolare che dalla cima, o da qualsiasi altro punto visibile del monte sia, abbassata o sul

nostro piano orizzontale, o su quello che passa per qualsiasi altro punto visibile dello stesso monte. Imperciocchè dati semplicemente due punti visibili qualunque, abbiamo imparato a trovare sì le perpendicolari suddette quanto sieno relativamente alla Pertica, e sì la posizione rispettiva dei detti due punti, senza approssimarci ai medesimi.

XIV.

Data una Buca, prenderne la profondità.

La Buca è $ABGD$ (*Tav.^a 4.^a Fig. 18.*), e al Fondo di essa il punto B . Sia AB il piano orizzontale, da cui vuolsi misurare la perpendicolare BA . La Campagna intorno sia ELM ; e s' intenda condotta per B la BS parallela ad AR . In qualche luogo E pongasi il Traguado EZ , di cui la Riga HK inclinata essendo, vegga il punto B . Si alzino le due Righe LN , MO situate sulla stessa linea di HK ; la mira HK vegga nella LN il punto N , e nella MO il punto O (*&c.*). Operando come al § XII., troveremo i valori di NT , TO , OR ; e misurando AR colla Pertica, avremo anche BS . E sarà $NT:TO = BS:SO$; dalla quale ultima sottratta la OR , avremo il valore di $RS = AB$.

XV.

Forare un monte per linea retta alle Bocche, dalle quali debbe farsi l'escavazione.

La base del monte s' intenda essere $ACBD$

(*Tav.^a 4.^a fig. 19.*); le due Bocche A, B. Partendo da A si tirino, come al §. VII., tante perpendicolari A E, E Z, Z H &c. intorno al monte, che infine si giunga a vedere l'altra Bocca B. Da A s'intenda condotta A M perpendicolare alle due A E, L B, quest'ultima prolungata se sia duopo. Si troverà qui pure col metodo dello stesso §. VII. la Ragione $AM:MB$. Prolungando la MA in S ad arbitrio, ed alzata la ST a squadra, prendasi $AS:ST=AM:MB$; la TA sarà sulla direzione di A B. E similmente operando in B, si troverà la XB in direzione di B A. Forando adunque da ambedue le Bocche, secondo le direzioni T A, X B, i Lavoratori verranno ad incontrarsi.

Fa duopo inoltre avere il livello fra le due Bocche A, B, e regolare in conseguenza l'inclinazione degli scavi riguardo all'orizzonte. Io mi sono permesso qui e altrove di compendiare il Discorso del N. A., il quale talvolta è minuzioso; sia perchè descrivendo per la prima volta le operazioni del suo Istromento, Egli temeva di non essere mai abbastanza chiaro; sia perchè tale fosse il carattere del suo linguaggio.

XVI.

Forare Pozzi sul monte, che vadano giù perpendicolari a trovare l'escavazion precedente.

Sieno A, B (*Tav.^a 4.^a fig. 20.*) le due Estremità della escavazione; e siensi trovate, come sopra, le due T A, X B sulla direzione dello scavo. In T ed A pongi ritte sul suolo le due Righe T E, ed A Z; por-

to sul monte il Traguado ad una conveniente distanza per es. in H, in modo che per la sua Riga KL si veggano insieme le due TE, AZ. E stando ferma la KL, trasferisco una delle altre due, per es. TE più in là del Traguado, portandola intorno sempre ritta sul suolo, sinchè messa per es. in MN si trovi in mira di KL. Il punto M sarà a piombo sopra lo scavo. Così proseguendo, prenderò sul monte più altri punti; per i quali conducendo una linea, tutta giacerà a piombo sullo scavo. E la troveremo egualmente, incominciando da XB. Da essa linea forando i pozzi, andremo a trovare lo scavo; che qui si suppone tutto in una sola linea retta.

Il seguente §. XVII. trovasi nel MS.^{to} dopo il §. XIX. Io l'ho trasportato qui, per essere argomento analogo ai due §. precedenti.

XVII.

Essendovi una Cava sotterranea (*tortuosa*), entro la quale sia accaduta una rovina: trovare nella Campagna il punto da cui forando un pozzo vadasi ad incontrare la rovina; sicchè per quel pozzo possano trasportarsi fuori li materiali della rovina, od anche della costruzione;

Sia ABGDE (*Tav.^a 4.^a fig. 21.*) lo scavo sotterraneo; il pozzo che attualmente discende al medesimo HKL; M il punto dello scavo, a cui deve andare il nuovo pozzo. Si calino entro il pozzo HKL i due fili ZN, OP portanti ciascuno un peso. Ri-

dotti questi alla quiete, per i due punti Z, O si tiri sulla Campagna la retta ZOR; e per i due N, P entro lo scavo si tiri la NP, che incontri una delle sponde dello scavo in S. Si faccia $OR = PS$. Prendo una cordicella ben tesa e provata, che non possa in verun modo nè allungarsi, nè contraersi. Ne pongo un capo in P; e notato sulle sponde dello scavo un altro punto T, tiro la cordicella da P a T, ed una simile da T ad S. Segnata la lunghezza delle due cordicelle, le adatto sulla campagna superiore a formarvi il triangolo ORV equilatero a PST. In simil guisa formo più in là entro lo scavo colle Cordicelle un secondo Triangolo STX; e questo pure adatto sulla Campagna soprastante in RVY. Proseguendo oltre con triangoli corrispondentisi sotto e sopra, giungerò a trovare un punto Z, dal quale forato il pozzo giù a piombo andrà a cadere in M. Bisogna cercare di mettere i triangoli in situazione orizzontale, sicchè le rette, che uniscono gli angoli superiori cogli inferiori corrispondenti, sieno perpendicolari all'orizzonte.

Per ridurre la Corda, sicchè non si allunghi nè si accorci più; „ essa si stira forte fra due pali, e lasciatala „ così tesa per qualche tempo si stira di nuovo: lo che „ eseguito più volte, si soffrega poi di cera mista con resina. Sarà meglio ancora stirarla, attaccandola in alto, „ e da essa facendo lunga gente dipendere un grave „ Erone stesso negli Automati (Mathem. Veter. p. 245).

Nei tre Numeri precedenti contengono i primi passi, dirò così infantili, nella Geometria delle Miniere; che i Moderni, specialmente i Tedeschi, hanno promossa a formare un Corpo intero di Scienza.

XVIII.

Date le estremità di un Porto, disegnarne la circonferenza secondo una data porzione di cerchio.

Sieno A, B (*Tav.^a 4.^a fig. 22.*) le estremità del Porto. Il piatto del Traguardo intorno a cui gira la Riga, si metta parallelo all'orizzonte; e sul medesimo si prenda la GDE simile alla Sezione del cerchio, secondo la quale vogliam disegnare il Porto. Siavi alla banda opposta, e presso al Traguardo una Riga ZH situata in modo che i raggi visuali usciti da Z sui due punti G, E, e lanciati oltre, vadano a cadere sui due estremi A, B; lo che si otterrà movendo quanto è duopo il Traguardo e la Riga ZH, od anche solo uno dei due. Ciò stabilito, si mandi da Z un raggio per la retta ZD sino a percuotere sul Terreno in F; sarà F nella linea con cui vuole circoscriversi il Porto. Prendendo in simil guisa altri punti, descriveremo la linea addimandata AFB. Ma bisognerà che il Terreno sia più che si può parallelo all'orizzonte, affinchè lo sia pure la linea condotta per i punti presi sul Terreno stesso.

Che la linea AFB sia un arco di cerchio simile a GDE, è evidente. Imperciocchè si forma un Cono, di cui base è il cerchio GDE, il vertice in Z, i lati sono le rette mandate da Z alla GDE; ed è tagliato in AFB da un piano parallelo alla base. E poichè suoi lati sono le due ZGA, ZEB, però l'arco AFB è simile a GDE.

Similmente, se volessimo che la AFB sia piuttosto una porzione d'Elisse, od un'intera Elisse, od

anche una Parabola od un Iperbola, od altra linea qualunque; ne descriveremo una simile sopra d' un assicella, e questa adattandola sul piatto, in maniera che vi stia fissa, e che la linea tagliata sull' asse sporga fuori del piatto, opereremo nel resto, come quando si è trattato di descrivervi un arco di cerchio.

Che se si vogliono descrivere tali Linee non sopra un Terreno orizzontale, ma sopra un altro piano; porremo il piatto parallelo a quel piano, sul quale debbe descriversi la Linea; e faremo il resto, come sopra. Qui pure nasce un cono segato da un piano parallelo a quello, sul quale si vuol disegnare la linea. In simil guisa delineeremo un Ponte.

Il piatto GDE lo ridurremo parallelo a un dato piano così. Sia il dato piano KLMN (*Tav.^a 4.^a fig. 23*). Si trovi la posizione della KL in sito presso a noi (X e XIII), e sia questa OP; similmente si trovi la posizione di LM in PR. Sarà il piano OPR parallelo a KLM. Dunque inclinando il piatto in modo che il suo piano passi per le due OP, PR l' avrò messo parallelo al piano KLM.

XIX.

Colmare un Terreno, sicchè esso prenda la forma di una data porzione di superficie sferica.

Sia il luogo dato ABGD (*Tav.^a 4.^a fig. 24*); è il suo punto di mezzo E. Per questo si conducano col Traguardo sul Terreno quante si voglia rette AG, BD, FH &c.; lungo le quali si piantino bacchette ritte sul suolo. Quanto diremo d' una di esse linee

BD, s'intenderà detto similmente dell'altre. Si piantuo lungo la BD le bacchette KL, MN, OP, QR, l'Y, e sia sul piatto del Traguado l'arco STV simile alla sezione della colmata. Il piatto si metta perpendicolare all'orizzonte, e si disponga qui pure una Riga XZ, sicchè i Raggi XS, XV vadano ai punti B, D. Poi dal punto X per l'arco STV si tirino sulle bacchette i punti K, M, O, Q, l; questi saranno nella sezione che si vuol dare alla colmata. Facciassi lo stesso riguardo alle rette AG, FH, &c.

Applicando con la dovuta cautela altre Figure al Piatto, conforme a quanto è detto nel §. XVIII., si potranno dare qui pure alla Colmata altre forme rotonde oltre la sferica.

XX.

Inclinare il Terreno in un dato Angolo, sicchè l'inclinazione del medesimo diriggasi all'angolo d'un rombo posto in sito orizzontale (*Lav.^a 4.^a fig. 25.*)

Sia il rombo ABCD; e l'angolo d'inclinazione che vogliam dare al Terreno da A verso C sia l'angolo EFH. Dai tre punti A, B, D si alzino perpendicolari all'orizzonte le AK, BL, DM. Prendasi FH = AG; si alzi la perpendicolare HE; e si faccia AK = HE. Congiunta la KG, l'angolo KGA sarà l'inclinazione voluta. Da B si tiri la BD; sarà essa perpendicolare ad AG in O. Prendasi FN = GO; si tiri NP parallela ad HE; e si facciano le due BL, DM eguali ad NP. Condotte le KL, LG, KM, MG, sarà KLCM un piano incli-

nato verso G secondo l'angolo E F H. Imperciocchè se da O intendiamo alzata OR parallela ad AK, saranno le BK, OR, DM eguali ciascuna alla NP; onde la LRM sarà una retta parallela a BD, e perpendicolare a KG. E però K L G M è un Piano che s'inclina come abbiain detto.

Che se A B G D fosse un quadrilatero di Lati diseguali, in maniera che le sue diagonali non sieno a squadra fra loro; tireremo tuttavia una BO perpendicolare ad AG e prenderemo come prima $FN = OG$, e $BL = NP$. Abbassata parimenti da D sopra AG la perpendicolare, troveremo con pari metodo il valore della DM. E sarà ancora K L G M un piano avente l'inclinazione proposta.

La Soluzione del Problema può sempre eseguirsi collo stesso metodo, qualunque sia la figura del Terreno; sebbene l'A. abbiavi introdotta l'idea di un quadrilatero, forse per più facile intelligenza.

XXI.

Mettere col Traguardo in una direzion data, una lontananza da noi eguale ad una data misura.

Sia AB (*Tav. 5.ª Fig. 26.*) la direzione in cui deve mettersi da A una data Lontananza. Andando su qualche piano orizzontale, come KD, pongo ivi il Traguardo ZE, e innanzi ad esso ritto sul suolo la Riga HK. Sulla retta KE prolungata prendo tal distanza EL che a me piace, per es. di 500. Cubiti. E posto un segno sul Terreno in L, inclino la riga del Traguardo, sicchè per essa comparisca il

segno L. Ferma così la Riga passo dalla sua banda opposta, noto sulla Riga HK il punto a cui va la mira, e vi iscrivo il numero di 500. In simil guisa prendendo sulla EL altre distanze da E, avrò notati sulla HK i numeri corrispondenti. Posto ora il Traguardo in A colla sua Riga PR, metto la Riga dei numeri in ST, così distante da A, come lo era in K da E, quando v' iscrissi i numeri; ed inclino la Riga PR, finchè per essa mi comparisce il punto iscritto colla misura della Lontananza che si vuol prendere. Indi passando dall'altra banda di PR noto il punto B che è in misura alla medesima. Sarà presa così sulla AB la lontananza proposta.

Questo Problema è il rovescio di quello del §. VIII. come il seguente lo è del §. X: La Soluzione riescirebbe spedita e comoda, se non andasse soggetta ad errore, atteso il prendersi per Base una misura troppo breve, che è l'altezza del Traguardo. Onde è meglio prendere invece sul Terreno quantità AG, GE (Tav. 3.^a fig. 10.) d'una sufficiente grandezza.

XXII.

Da un dato punto lontano da noi, mettere col mezzo del Traguardo una Distanza eguale ad una data.

Sia il punto dato A (Tav. 3.^a Fig. 14.) il Traguardo in G. Si trovi la lunghezza della GA (VIII), e da GA si tagli GD, che sia qual parte vogliamo di GA. Si conduca DE in positura parallela a quel-

la su cui vogliamo mettere la distanza; e che sia tal parte della data distanza, qual parte è GD di GA . Si spinga col Traguardo la GE verso B , e si metta GB che sia tal multiplice di GE , quale è GA di GD (XXI.). Sarà AB della data misura e parallela a DE . Imperciocchè $AG:GD = BG:GE = AB:DE$.

XXIII.

Misurare un dato Campo col Traguardo.

Sia il dato Campo contornato dalla Linea irregolare $ABGDEZHK$ &c. (*Tav. 5.^a fig. 27.*). Poichè abbiamo imparato a tirare col preparato Traguardo una perpendicolare a qualunque data retta, prendo un punto B sulla Linea di contorno del Campo, e conduco a caso col Traguardo la retta BQ , e con essa a squadra la BH ; un'altra a squadra HL , e parimenti a squadra la LS . E su queste linee abbasso le perpendicolari AT , GV , ER ... &c. in modo che i loro estremi comprendano parti del contorno prossimamente diritte..... Con una Catena, o con una corda approvata, che non possa nè accorciarsi nè allungarsi prendo la misura delle linee tirate. Quindi calcolo l'area del parallelogrammo rettangolo $BHLS$, e dei triangoli rettangoli e trapezj che lo circondano..... &c. &c.

Ho qui ommesso la lunga e minuta descrizione che l'Autore dà di un metodo noto oggidì a qualunque volgare Agrimensore. Esso era comune eziandio ai Romani Gramatici. In un Fragmento Anonimo (*Rei Agrariæ pag. 218*)
 „ Et cujuscumque loci mensura agenda fuerit, eum cir-

„cuire ante omnia oportet, et ad omnes angulos signa
 „ponere, quæ normaliter ex rigore exigantur: posito
 „deinde et perpenso terramento. rigorem obsequendum
 „maximo lateri dictare; et collocatis metis, in alteram
 „partem rigorem mittere, qui cum ad extremum perve-
 „nerit, parallelum primi rigoris excipiat „. Non molto
 prima avea detto „Modum autem (agri) intra lineas clu-
 „sum rectorum angulorum ratione subducimus: subjectas
 „deinde in extremitatum parte areas, tangentibus nostra-
 „rum postulationum podismis, suis lateribus adherere
 „facimus, et adscriptis spatiis suis finibus ipsam loci red-
 „dinus rationem „. Veggasi nella stessa Raccolta alla
 pag. 202 la figura dataci dagli Antichi, d' un Campo di-
 viso tra i Coloni, la quale è ben lungi dall'essere una
 frivolezza, come la condannava il Goesio che non conosceva
 troppo l' Agrimensura.

XXIV.

Evvi un'altra maniera di Misura. Si tira col
 Traguardo per tutta la lunghezza, e vicino al mezzo
 del Campo la retta A B (*Tav.^a 5.^a fig. 28.*). Da pun-
 ti presi consecutivamente su d'essa si tirino col Tra-
 guardo le perpendicolari G K, G L, D M, D H, E Z,
 E P &c. le quali vadano ad intercettare parti del con-
 torno prossimamente diritte. Il campo sarà dunque
 diviso nuovamente in Triangoli, e Trapezj &c.

Questa maniera di misurare è utile, quando oc-
 corra inoltre dividere il Campo in date parti, per es.
 in sette eguali con linee parallele fra loro. Ho mi-
 surato già il Campo, ed ho preso il settimo di ciò
 che è risultato; altrettanto conviene assegnare a cia-

scuna porzione. Prendo lo spazio misurato A K L. Se questo pareggia il settimo suddetto, sarà A K L la prima porzione. Se non vi arriva, gli aggiungo l'altro K M H L. Se la loro somma pareggia il settimo anzidetto, sarà M H la linea della prima divisione. Se trovasi minore, converrà aggiungere l'area M H P Z, finchè il tutto insieme pareggi o superi il settimo. Lo superi; occorrerà in tal caso tirare la R S, che dal Trapezio M Z P H levi la porzione R Z P S eguale all'eccedente. Come ciò si eseguisca, lo dimostreremo in seguito (XXVIII). Sarà così l'area A R S una delle porzioni..... E s'intenda farsi lo stesso per le rimanenti porzioni.

XXV.

Essendo scomparsi i termini d'un Podere, salvo due o tre, e avendosi il disegno del Podere, trovare i termini restanti. (*Tav.^a 5.^a fig. 29.*).

Abbiassi il disegno fatto secondo il metodo del §. XXIII., ed appariscano sul campo i soli termini B, H. Si tiri col Traguado la B H che sarà data di posizione e di quantità. Si prenda in essa una data porzione B T. Dal disegno abbiame il valore delle due B S, S H. Possiamo dunque avere il valore dei due Cateti T U, U B sul Campo facendo $BH:BT = HS:TU = SB:UB$. Prendasi una cordicella X Z che non possa allungarsi, eguale ai valori trovati di $TU + UB$ e si segni in essa il punto Y, che la divida in due parti $XY = TU$, ed $YZ = UB$. Eseguito ciò; mettiamo sul campo il capo X della cor-

da in T, l'altro Z in B, e prendendo il punto segnato Y, lo tiriamo, esso andrà nel campo a cadere sul punto corrispondente ad U. Tirando ora sul Campo la BU, porteremo su d'essa la misura della BK (*indicata dal disegno*); e dal punto K alzando la perpendicolare KA, e su questa ponendo la sua Misura (*dataci dal Disegno*), avremo determinato il punto A. Or poi troveremo anche gli altri punti (*del Contorno*), tenendo dietro alle rette perpendicolari del disegno, ed alle misure notatevi.

Il disegno, di cui parla Erone, è un semplice schizzo delle linee agrimensorie, colla loro rispettiva lunghezza notatevi contro nell'atto di misurare il Campo.

Se i due termini sussistenti ancora, fossero per es. D, M; s'intenda prolungata la DP sino a ricevere la perpendicolare MO. Calcolando sui numeri scritti nello schizzo, si troverà facilmente il valore di DO, e di OM. Onde siamo di nuovo nello stesso caso delle due BS, ed SH.

Qualche Analogia con questo §. XXV., ma più ancora col §. VII., è il Problema, che scioglie uno degli Autori de Re Agraria (pag. 286) in seguito della *Varazione* del Fiume. La riporto qui, aggiugnendovi del mio la Figura 30., e le sue Lettere; per mancanza delle quali sono persuaso che quel Fragmento è rimasto sino al dì d'oggi un mistero. Trovato nei Campi assegnati ad una Colonia, un termine antico A, trattasi di scoprire il Limite A C. L'Anonimo suppone che dal termine trovato A non possa a cagione d'ostacoli intermedj, vedersi l'altro assai lontano C. Egli in tal caso prescrive di piantar quattro canne o mete in linea ai lati del Termine A già scoperto; e coll'ajuto d'esse vuol che si tenti di tirare la linea del Limite A C; „ Incipies, quattuor metis comprehensis dicere linitem in quam partem iturus es. Si Lapidem C.

„ inveneris, scias te limitem tenere. Si verò *varatus* (di-
 „ *vergente dal limite*) inveneris, unde tibi venerit DC,
 „ versuram facies, ita ut per punctum decisi lapidis C
 „ rigor CD tibi occurrat in D: Cum ita feceris, tetran-
 „ tem pones ADC; et deinde reverteris ad Lapidem A
 „ unde primum cæperas, et cultellabis usque ad tetran-
 „ tem D, et a tetrante D usque ad punctum C lapidis
 „ ad quem *varatus* venisti, ut reponas te in limitem AC.
 „ Sic facies; et Catheti AD quamvis partem solidam sum-
 „ mes, et referes a puncto A lapidis per ipsum Cathetum,
 „ et signum pones perpensum E: et quam (partem AE)
 „ retuleris in rigore suo AD, eandem partem sumes basis
 „ DC, et referes (in EF) normaliter signo E quod po-
 „ sueras, numero quem solidam basis DC sumpseras. Et
 „ ubi expletum fuerit, signum F perpensum pones; erit-
 „ que hoc signum F in limitem AFG. Et numerum AE,
 „ a puncto lapidis A, quem retuleras per Cathetum AD,
 „ dare illi similiter refert EG per eundem Cathetum AD
 „ in rigorem; et ab eo signo G uormaliter (in GH) du-
 „ plicatum numerum ejus Basis EF quam retulisti in li-
 „ mitem AC, similiter referes; et signum H pones, et
 „ habebis duo signa F, H in limitem AC perpensa &c.

Si osservi nel Passo riportato sinora il verbo *Varare*
 col senso d'andare in traverso per la retta AB; diver-
 gendo dal Limite AC: che ciò servirà di conferma a quan-
 to ho detto di esso Verbo nella nota al §. IX.

Non esco affatto di argomento, se accennò come debba
 intendersi tutto il rimanente di quel Fragmento, oscuris-
 simo sopra tutto per chi non prenda il vero significato
 della parola *varare*.

Avverte dunque in primo luogo l'Autore, che quando
 AC sia una linea di confine, il numero inciso sui due
 termini A e C varierà solo riguardo al *Decumano*, o riguar-
 do al *Cardine*, e non già riguardo ad ambedue. Altrimenti
 se uno dei Termini fosse inciso per es. D. V. K. XII; o

l'altro D. VI. K. XIII, la linea AC non sarà di confine, ma i due Termini saranno opposti in Diagonale fra loro, ciò che l'Autore chiama in *Zachone esse*, o come altri Codici in *Tacone*, espressione incognita ai Lessicografi. Indi continua Egli a mio avviso, nel senso della seguente Parafrasi, e secondo le Figure 4.^a, 5.^a, 6.^a, 7.^a, che ho delineate nella Tavola 2.^a.

„ La deviazione che avrem fatta, dal Confine vero P U
 „ (fig. 4.^a) dei Campi anticamente divisi, divergendo per
 „ la linea PS, la ripareremo così. Sieno per esempio dalla
 „ pietra P alla Q 700 piedi, dalla Q alla R 1700 Piedi;
 „ che uniti fanno 2400. Fa di deviare in R per la quan-
 „ tità RS di piedi 20. Veggo dunque che mi stanno da-
 „ vanti 20 Piedi; i quali essendo il totale, prendo la parte
 „ 20.^{ma} di 2400 (*che diventa un Atto*). La maniera
 „ dunque della deviazione suddetta, se vuoi ripararla
 „ è tale (Leggo: *Itaque varationis modus fit ita, si*
 „ *repositionem &c.*); di rimettere per ciascun Atto uno
 „ dei Piedi che hai deviato; e oio quando si tratti di ti-
 „ rare lo stesso confine di prima PR. Che se vorrai al di
 „ là dei Campi situati fra P ed R, protrarre quel mede-
 „ simo Confine verso V per 120 Piedi (leggo *extra pedes*
 „ *CXX, ad hunc unum actum*), dopo questo primo Atto
 „ volgerai sulla perpendicolare TV 21 Piedi, e porrai in
 „ V un bastoncino ritto sul suolo. Poi dopo altri 120
 „ Piedi susseguenti getterai similmente sulla perpendicola-
 „ re AZ 22 Piedi, e porrai un segno in Z. Quindi presi
 „ di mira li due segni V, Z, ed il termine R andrai
 „ dritto per la linea di confine RK. Similmente se vo-
 „ lessi andare indietro da R donde eri uscito verso P,
 „ diminuirai in ciascun *Atto* i piedi della deviazione, co-
 „ me gli accrescesti audando innanzi da R a K. Ciò non
 „ solo devi osservare a ciascun Atto, ma ben anche ad
 „ ogni 60 od 80 piedi farai più o meno secondo che ri-
 „ chiede la proporzione.

„ Un'altra regola v'è per trasportare ciò che abbiamo
 „ deviato di Piedi, non solo lungo il limite già misurato,
 „ ma ben anche in altre Campagne di misura diversa.
 „ Facciamo per es. (*fig. 5.*) AB piedi 375, BC piedi 500,
 „ CD piedi 1800. Se da AB abbiamo deviato divergendo
 „ 12, o 17 Piedi (manca nel testo il XII), saremo così.
 „ Divideremo sempre il totale del limite trascorso AB,
 „ onde averne la ragione all'intera divergenza, come nel
 „ caso 375 lo dividiamo all'occorrenza per 12, e nasce $30\frac{1}{2}$,
 „ o per 17, e viene 22, colla differenza di uno nel to-
 „ tale. Di questo calcolo ci serviremo a qualunque porzio-
 „ ne di limite e di divergenza da rimettere, andando sia
 „ indietro sia in avanti di B; onde sapere quanto per cia-
 „ scuna rimessa dobbiamo aggiungere al numero della de-
 „ viazione da correggere se andiamo in avanti, o levare
 „ se andiamo indietro.

„ Nei Campi divisi (*fig. 6.*) Q, R, S &c. talvolta non
 „ si trovano lungo le centurie in M, N, O i termini, ma
 „ bensì sulle linee divisorie, come in Q, R &c. Se questi
 „ fanno vederti in D essere deviato dal termine P per la
 „ quantità PD, ti servirai del limite estremo EPD, cal-
 „ colando ivi la proporzione di CP a PD: Con questa
 „ regolerai le Ipotenuse corrispondenti CQ, CR, CS &c.
 „ e piantati (secondo il calcolo suddetto) i segnali M,
 „ N, O tirerai i limiti dei Campi CMNOR.

„ Ma se il Termine A (*fig. 7.*) sia in un angolo, e
 „ l'altro C in un angolo opposto, e tu lo scopri an-
 „ dando da A, e divergendo per la linea AF; saranno i
 „ due termini opposti fra loro in Diagonale. E perchè
 „ nei Campi delle centurie sono eguali fra loro i lati della
 „ larghezza, ed altresì quelli della lunghezza; però donde
 „ vorrai da A o da B, farai angolo retto in ADC, op-
 „ pure in ABC; e misurerai a pertica orizzontale le linee
 „ così tirate: con che avrai i confini delle estremità delle
 „ forme dei Campi.

XXVI.

Dividere un dato Campo in date parti, da un dato punto: e sia per es. il dato punto un luogo da attinger acqua, della quale debbono aver l'uso tutti coloro ai quali toccherà una porzion di quel Campo (*Tav.^a 5.^a Fig. 31.*).

Formino il contorno del Campo le linee AB , BG , GD &c., prese in modo che sieno prossimamente rette. Il dato punto sia M , e dal punto M debba il Campo dividersi per es. in sette parti eguali. Condotte agli angoli le rette MA , MB , MG , MD &c., si tiri col Traguado la MH perpendicolare ad AB , e s'intendano tirate le due MA , MB . Noi possiamo sapere l'area del triangolo MAB ; imperciochè il Prodotto delle due $MH \times AB$ è doppio del triangolo MAB . Ed in simil maniera tirando dal punto M agli angoli le altre rette MG , MD &c. possiamo aver la misura di tutto il Campo. Or se il triangolo AMB ne è la settima parte, sarà desso la prima porzione. Se è più, convien tirare una MP , che tagli fuori il triangolo MPB eguale al di più. Se è meno, fa duopo aggiungervi il triangolo MBR eguale a ciò che manca, prendendolo dal susseguente MBG . Come ciò si eseguisca lo vedremo in seguito (*XXIX*). Operando nella stessa guisa su gli altri triangoli, avremo il Campo diviso nelle date Porzioni con linee tirate dal punto M .

XXVII.

Misurare un dato Campo non andandovi sopra; sia per cagione della folta piantagione, sia per l'imbarazzo di Fabbriche, sia perchè non è permesso entrarvi. (*Tav.^a 5.^a fig. 32.*).

Sia il dato Campo contornato dalle rette A B, B G, G D &c. Si prolunghino le due B G, B A fuori del Campo, sia con righe, sia con corde; e qual parte è B M di B A, tale sia B N di B G. Congiungasi la N M, sarà essa pure una egual parte di A G a lei parallela; e sarà il triangolo B M N : A B G = $\overline{B M}^2$: $\overline{B A}^2$. Conoscendo i lati del triangolo M B N, posso trovarne l'area, come dimostreremo in seguito (XXX.). Posso dunque determinare anche l'area del triangolo A B G. Or se immaginiamo il Campo diviso in altrettanti triangoli colle rette A D, A G, A E &c., e se quindi troviamo l'area di ciascuno d'essi triangoli, otterremo anche l'area dell'intero Campo.

Si prolunghi B G verso O; prendasi G O = B N; e con una funicella si mettano sopra la G O le due N M, B M in G P, O P; sarà la G P in linea retta con A G. Si prolunghi D G verso R; e facciasi A G : G P = D G : G R. Condotta la R P sarà parallela ad A D; e sarà il triangolo R P G : A G D = $\overline{R G}^2$: $\overline{G D}^2$. Ma noi possiamo sapere l'area R P G, avendone i tre lati; dunque possiamo sapere eziandio l'area A G D. In simil guisa, andando intorno, prenderemo l'area dei triangoli rimanenti. Onde si può definire l'area dell'intero Campo.

XXVIII.

Ora dimostreremo le cose lasciate indietro: Dato il Trapezio $ABGD$, nel quale sieno date le due parallele AD , BG , e data pure la perpendicolare a loro: tirare una EZ parallela ad AD , che asporti il Trapezio $AEZD$ di grandezza data (*Tav.^a 5.^a fig. 33.*).

Sia fatto: si prolunghino le due BA , GD a concorrere in H , e si abbassi la perpendicolare HKM . Poichè è data la misura delle due BG , AD , è data anche la loro ragione, e quindi anche la ragione $HM:HK$, e quindi anche la ragione $MK:KH$. Ma MK è data, dunque sarà data anche KH . Ora è data eziandio AD ; è dato dunque di grandezza il triangolo HAD ; e però è dato anche l'intero HEZ ; e quindi è data la ragione $HK^2:HL^2$. Ed essendo dato HK^2 , sarà dato anche HL^2 ; e data perciò la HL . Ma è data la HK ; dunque è data anche la KL . Dunque è data la situazione di EZ .

Si comporrà così. Sia $BG=14$, $AD=7$, $KM=6$. Sarà dunque $HK=6$, e quindi il triangolo $HAD=21$. Poniamo che il trapezio da levarsi $AEZD$ sia $=19$; sarà l'intero $HEZ=40$. Il quadrato di HK è 36 . Moltiplico 36×40 , divido il prodotto per 21 , riesce $68\frac{4}{7}$; di cui la radice quadrata è prossimamente $8\frac{2}{7}=HL$. Di queste parti, essendone HK sei, resta $KL=2\frac{2}{7}$. Se dunque dalla perpendicolare KM

levo $KL = 2\frac{2}{7}$, e tiro la parallela ELZ , il trapezio tagliato fuori sarà $= 19$.

XXIX.

Dato il triangolo ABG , e il suo cateto AD , condurre la AE , che ne tagli fuori una quantità data ABE (*Tav.^a 5.^a fig. 34*).

Sia fatto: poichè è dato anche il triangolo ABE , è dunque dato il punto E .

Sia $AD = 6$, e il triangolo da detraersi $= 45$.
Divido 45 per $\frac{6}{2}$; viene $15 = BE$. Congiungo la AE ; e sarà il triangolo $ABE = 45$.

XXX.

Dati i lati d'un triangolo, trovarne l'area. Si può a dir vero, tirando un cateto e misurandone la lunghezza, trovar l'area del triangolo. Ma sia proposto di misurare l'area senza saperne il cateto (*Tav. 5.^a fig. 35*).

Sia il triangolo ABG , e sia dato ciascuno de' suoi lati; proponesi di trovarne l'area. Si iscriva ad esso il cerchio DEZ , di cui il centro sia H . Conducansi le HA , HB , HC ; HD , HE , HZ . Sarà $BG \times HE$ doppio del triangolo BHG , e $AB \times HZ$ doppio del triangolo AHB , ed $AG \times HD$ doppio di AHG . Dunque il prodotto del contorno del triangolo ABG nel raggio HE del cerchio DEZ è doppio del triangolo ABG . Prolunghisi GB , e

pongasi $BT = AD$. Sarà GT la metà del contorno del triangolo ABG . Dunque l'area del medesimo è $GT \times HE = \sqrt{GT \times HE}$. Si conduca HKL perpendicolare ad HG ; BL perpendicolare a BG ; e si congiunga GL . Poichè i due angoli GHL , GBL sono retti, le due GH , BL sono nella circonferenza d'un cerchio, e l'angolo $HLG = HBG$. E poichè i due insieme $HLG + HGL$ formano colla loro somma un angolo retto, la formeranno anche i tre $HBG + HGB + BGL$. Ma, perchè le rette HB , HG , HA tagliano per mezzo i tre angoli del triangolo proposto, anche i tre angoli $HBG + HGB + HAD$ formano colla loro somma un angolo retto. Dunque l'angolo $HAD = BGL$; e il triangolo HAD è simile a GBL . Onde sarà $GB:BL = AD:DH$; ossia $= BT:HE$. Ed alternando, $GB:BT = BL:HE$, ossia $= BK:HE$. E componendo $GT:BT = EB:EK$. E però sarà anche $GT:GT \times BT = GE \times EB:GE \times EK$, ossia HE . Onde poi riesce $GT \times BT \times GE \times EB = GT \times HE$; la radice del quale ultimo prodotto era l'area del triangolo. E ciascuna delle quattro prime rette è data: imperciocchè GT è la metà del contorno; BT è quanto la stessa metà del contorno supera BG ; GE è quanto la stessa metà supera AB ; ed EB è il di più della stessa metà sopra il lato AG . Dunque è data l'area del triangolo.

Si comporrà così. Sia $AB = 13$; $BG = 14$; $GA = 15$. La loro semisomma verrà $= 21$. Sottraggone 13 , resta 8 ; poi 14 , resta 7 ; poi 15 , resta 6 . Moltiplicando fra loro $21 \times 8 \times 7 \times 6$, nasce 7056 ; di cui la radice 84 sarà l'area del triangolo.

Abbiamo qui finalmente antica e semplice la dimostrazione di un Problema divenuto celebre fra le curiosità geometriche. Della storia del quale dal tempo di Luca Pacioli in poi, avendo parlato Klügel nel suo *Dizionario matematico*, io mi restringerò a darne qualche notizia presa nei secoli anteriori a Pacioli.

Nella Biblioteca di Berna conservansi due Codici scritti l'uno del 1004, l'altro circa un Secolo prima, diversi fra loro; i quali contengono la Geometria di Boezio stravolta ed. interpolata con Fragmenti presi da Columella, Cassiodoro, Isidoro, e dai Romani Gromatici. Fra questi Fragmenti, uno riguardante la misura pratica delle Figure superficiali è scritto d' uno stile meno tortuoso e più naturale di quello della Geometria di Boezio, onde può verosimilmente congetturarsi lavoro d' alcuno dei Romani Gromatici. Contiene questo fra le altre pratiche operazioni anche la seguente.

Omne trigonum una ratione pōdismare, ut puta orthogonium, oxigonium, et ambignonium. Sic quæritur. Cujuslibet ex tribus triangulis tres numeros jungo in unum; ut puta orthogonium, cujus numeri dantur, cathetus quidem pedes sex, basis ped. VII, hypotenusa ped. X. Hos tres numeros jungo, fiunt XXIV. Hujus semper sumo dimidium, idest XII. Hoc sepono; et de hoc numero idest de XII tollo singulos números pono sub XII. Item basim ped. VII tollo de XII, reliquum pono sub VI. Hypotenusam ped. X tollo de XII, relinquuntur II. pono sub IV. Deinde multiplico VI per IV fiunt XXIV; hoc duco his, fiunt XLVIII; hoc duco per XII, fiunt DLXXVI. Hujus sumo latus, idest XXIV; erit enbadum.

Oserai asserire, che Boezio à preso dai Fragmenti sopracitati molte delle operazioni di pratica ch' Ei riferisce, traducendole nel suo stile degenera dalla purezza e semplicità degli Antichi. Fra molti esempj che potrei addurre in prova, mi restringo al seguente.

PRESSO L'ANONIMO,
Nei Codici Bernesi.

PRESSO BOEZIO,
Edizione del 1570, pag. 1528.

Omnis forma normaliter quatuor lineis comprehensa, si longitudo ejus per latitudinem metiatur, ut si XV per XV ducas, facient CCXXV, qui sunt constrati pedes subjectæ formæ.

Omnis tetragonus normaliter constitutus, latitudinem longitudine multiplicante, arealem constituit planitudinem, et podismum sine dubio absolvit. Ponatur tetragonus pari numero consignatus, idest 8, quos per se, latitudinem per longitudinem multiplicans 64 efficiam, embadum videlicet subtus descripti tetragonii.

Tre *Geodesie* diverse fra loro s'incontrano col nome d'Erone il juniore. La prima tradotta e pubblicata dal Barocci. La seconda ristretta e breve, della quale posseggo una copia manoscritta. La terza diversa affatto dalla prima, e più diffusa assai della seconda; il Dasipodio ne pubblicò alcuni tratti in 8.^o del 1579; il Montfaucon dalla medesima estrasse il Fragmento sui Campioni delle misure inserito negli *Analecta græca* 4.^{to} 1688; e prima di que' due Letterati Giorgio Valla ne avea tradotto le operazioni pratiche, formandone quasi per intero il suo XIV Libro *de expetendis et fugiendis rebus*. La prima delle *Geodesie* suddette non contiene il Problema nostro; bensì lo hanno le due altre, ma senza dimostrazione, secondo l'uso del loro Autore. E può ognuno leggerlo, tradotto come sopra dal Valla, cogli stessi numeri 13, 14, 15, che abbiain veduto recati in esempio da Erone l'antico; del quale il Juniore teneva l'Opera *sul Traguardo* alle mani. Egualmente senza dimostrazione viene sciolto lo stesso Problema nella inedita greca geometria di Giovanni Peditimo scritta sul gusto di quella del Giovinne Erone.

L'Accademia di Basilea possiede un Codice manoscritto antico, nel quale tradotto da qualche lingua orientale in un barbaro latino si legge un *Liber trium fratrum de Geometria*. Comincia: *Verba filiorum Moysi filii Sethæ, idest Mahumeti, Hameti, et Hason*. Li tre Fratelli recano alcune dimostrazioni prese da Archimede e da Mileo (così, invece di Archimede e Menelao) sulla misura del cerchio, della Sfera, e del Cono; sulle due medie proporzionali; sulla trisezione dell'angolo: „ Et posuimus præter „ id modum convenientem quo scitur embadum omnis „ trianguli; et isto modo quamvis jam usi sunt multi homines et sciverint ipsum, tamen ipsi omnes usi sunt „ eo, aut plures eorum, secundum modum credulitatis, „ præterquam quod sciverint demonstrationem super ejus „ veritate „. La dimostrazione ch'Essi danno del Metodo di Erone combina, e quanto alla figura e quanto all'essenziale del raziocinio, con quella di Luca Pacioli).

Ma la dimostrazione di Pacioli è tradotta quasi letteralmente dalla Geometria di Leonardo Pisano, la quale ho veduto manoscritta presso il Chiar. Sig. Prof. Cuglielmini mio Collega, ed io pure la trascrissi nel 1797, dal Cod. N.º 7113. della Biblioteca di Parigi. È noto che Leonardo aveva preso le sue cognizioni matematiche dagli Orientali.

Ramo, alla fine delle *Scholæ mathematicæ* attribuisce la stessa dimostrazione di Pacioli, copiata da Tartaglia, a Giordano Nemorario. Di costui ho letto l'Opera manoscritta *De triangulis*, e non vi ho trovato verun indizio del Problema di Erone; comunitociò non è difficile che Giordano ne abbia parlato in qualche altro degli scritti suoi; perchè ho veduto ch' Ei copia dal sopracitato Libro dei tre Fratelli l'invenzione delle due medie.

La Dimostrazione che ho riportata d' Erone l' antico, non solo è più facile di quella dei tre Fratelli, ripreinta poi da Pacioli e dai Geometri del XVI e XVII secolo; ma inoltre essa non la cede neppure in eleganza e semplicità

a veruna delle più recenti; non a quella di Euler (Novi Comment. Petropol. an. 1747); e non a quella di Boscovich (Oper. Tom. V. Opusc. 14.)

XXXI.

Data una sorgente, cercare quanta ne sia l'effusione, ossia la quantità d'acqua che sgorga.

Fa duopo avvertire, che non è sempre eguale lo sgorgo; imperciocchè ne' tempi di piogge s'aumenta per la soprabbondanza dell'acqua la quale nei monti è spressa con maggior forza, e cessa poi nelle arsurre, perchè non viene più acqua: ma le fonti nobili non alterano molto l'uscita. Convien adunque chindere intorno tutta l'acqua della sorgente, sicchè non fugga da nissuna banda; e formare un canale quadrilatero, il quale sia molto più grande che non è la corrente; poi adattarlo in un sito, di modo che l'acqua della fonte scorra per esso. Convien metterlo nel luogo più basso della sorgente, in modo che riceva esso tutto lo sgorgo; e quale sia il luogo più basso, lo conoscerem col Traguardo. Si prende nella bocca del canale l'acqua che defluisce per lo medesimo; facciamo che riesca di due diti, e che la bocca del canale sia larga sei dita. Preso sei volte il due fa dodici. E' duopo frattanto osservare, che a conoscere quant'acqua mena la fonte, non basta aver trovato la mole della corrente, che dicemmo essere di dodici dita. Ma è necessario avere altresì l'addensamento della medesima, perchè se la corrente è rapida, essa più acqua fornisce, se lenta, meno. Perciò fa duopo, scavando sotto al corso della sor-

gente, esaminare coll' orologio a sole quanto entra d'acqua nella fossa in una certa ora, e quindi argomentare quanta sia l'acqua somministrata in un giorno; avuto sempre riguardo alla mole della corrente; che così dal tempo veniamo in chiaro di quanto essa mena. Frattanto dichiareremo che lo sgorgo della sorgente è dodici dita.

Questo §., che non è geometriche dimostrazioni, Erone il juniore lo à, insieme col susseguente, copiato per intero nella sua Geodesia. E non dissimula da chi l'abbia tratto; poichè, secondo la Traduzione datane dal Barocci, egli comincia la sua trascrizione così „ *Cognoscemus autem fontis quoque defluxum secundum Heronem quantumcumque sit. Verum scire quidem oportet, quod non semper eadem scaturigo permanet &c.* „ . . . tutto alla lettera. E questo pure è una nuova prova, che il presente Opuscolo appartiene ad Erone il meccanico.

XXXII.

Posto che col Traguado costruito da noi abbiamo esposto i vantaggi sulla Terra delle indicazioni della mira: e poichè esso è utile ancora in molte delle speculazioni celesti a conoscere le distanze delle stelle fisse o dei pianeti, esporremo adesso come per mezzo del Traguado si debbano prendere tali distanze.

Sull'orlo del piatto del Traguado segueremo un Cerchio concentrico allo stesso piatto, il quale verrà corso dalla punta d'un Indice dei gradi piantato sulla Riga; e tale cerchio divideremo in 360 parti. Allorchè adunque vogliamo investigare, quanti gradi

sia l'intervallo fra due stelle, sieno queste erranti o fisse, od una fissa e l'altra errante, toglierem via dal piatto la Riga con cui traguardiamo, e quindi inclineremo esso piatto, sinchè sul piano di lui si veggano ambedue insieme le sopraenunziate due stelle. Poi ripongovi la Riga secondo il consueto, e stando fermo il resto, la giro in maniera di veder con essa una delle due stelle; e notato su qual grado e parte di grado cada uno degl' Indici, giro la Riga sinchè in essa comparisca l'altra stella. Notando indi similmente il grado sul quale trovasi ora il medesimo Indice, conoscerò la quantità dei gradi che si comprendono fra i due punti notati; e dirò che altrettanti gradi sono le due stelle distanti fra loro.

XXXIII.

Perchè taluni, a ben poche operazioni del Traguardo, fanno uso della così denominata *Stelletta* (*Asterisco*), giudichiamo perciò conveniente di avvisare coloro che prendono a servirsene, che cosa avvenga nell'uso di essa; affinchè per ignoranza non sbagliano senza avvedersene. Già penso che coloro i quali ne fanno uso, avranno provato l'incommodo che nasce dal non fermarsi speditamente le fila onde pendono i pesi; continuando esse a muoversi del tempo, soprattutto se spiri vento forte. Perciò volendo certuni rimediare a quest' incommodo, tentano di applicarvi tubi vuoti di legno, e fannovi cader entro i pesi, affinchè non sieno percossi dal vento. Ma se i pesi toccano ai tubi, le fila non rimangono esattamente

perpendicolari all'orizzonte. Poi quand'anche si riesca di maniera che le fila si pongano in quiete, e rimangano perpendicolari all'orizzonte, non però sempre i piani tirati per le fila sono perpendicolari fra loro; e se non lo sono, non è più costante il risultato delle nostre investigazioni. Lo che ora dimostreremo (*Tav.^a 6.^a fig. 36.*).

Sieno in un Piano le due rette AB , GD che non si taglino a squadra, ma facciano ottuso l'angolo AED . Da E si alzi EZ perpendicolare al Piano delle due AB , GD ; sarà essa perpendicolare altresì alle due AE , EG ; e l'angolo AEG è l'inclinazione del piano $A EZ$ sul piano GEZ ; laonde questi due piani formano insieme un angolo acuto, non sono i detti piani perpendicolari fra loro. Prendansi eguali le EA , ED , si congiunga AD ; e perpendicolare a questa si conduca la EH ; sarà perciò anche $AH = HD$. E ciascuna di queste è maggiore della EH . Si può dunque da H tirare una $HZ = AH$. Si lancino e congiungano per Z le AZL , DZK ; e prendasi $ZL = ZA$, e $ZK = ZD$. Per li punti A , D , K , L si conducano le quattro AM , DN , LO , KP parallele a ZE . Poichè sono eguali fra loro le tre AH , HZ , HD , le due AL , DK sono perpendicolari fra loro. Quindi se supponiamo, che le verghe della stelletta sieno AL , DK ; che il piano condotto per le AB , GD sia l'orizzontale, e che le fila pendano dalle verghe AL , DK ; in tal caso le fila saranno le rette AM , DN , KP , LO ; e frattanto i piani condotti per le fila non sono perpendicolari fra loro; giacchè, dico, si è dimostrato, che il

piano condotto per le due fila AM, LO s'inclina verso il piano per le due DN, KP secondo l'angolo acuto AEG.

Questa elegante Dimostrazione ci scopre a mio avviso chiaramente la forma non bene compresa finora della *Groma* dai Romani usata per misurare i campi. Avea bene indovinato il Salmasio, che essa era una specie di aquadra, deducendone il nome sull'autorità di Festo e dei Glossarj dal greco γρόμων; ma Egli deviò poi stranamente confondendola col *Corobate* di Vitruvio. La *Groma* era precisamente la *Stelletta* criticata sopra da Erone; dalle quattro braccia o *cornetti* di essa pendevano quattro fili portanti ciascuno un peso: Il misuratore *comprendeva* coll'occhio due dei fili opposti, ossia diriggeva per essi la mira; e così *dettava i rigori e le mete* sul Terreno; e poneva poi le *intersverse* e i *tetranti*, mirando sul piano degli altri due fili. I Glossarj antichi interpretano *Groma* il Traguardo da misurare. Gli Agrimensori Romani nominano promiscuamente la *Groma* e il *Ferramentum*; ma sembra che in significazione più stretta, il *Ferramento* fosse il sostegno della macchina piantato in terra, e che da Lui fosse bilanciata (*perpensa*) la *Groma* co' suoi fili pendenti per traguardare: tuttavia il *Ferramento* era preso sovente per la macchina intera.

Ecco le prove di ciò; le quali serviranno anche a decipherare alcuni passi oscurissimi degli Scrittori de' re Agraria. L'Anonimo alla pag. 218. vuole che se una linea Agrimensoria è assai lunga, essa si faccia a più riprese; sicchè dopo averla cominciata con una positura di Squadro, dobbiamo „*ferramento primo mutato, omnia indomita* „ *perpenso dirigere, et huius ex omnibus corniculis ex-* „ *pensa ponderibus et inter se comparata fila seu nervia* „ *ita perspicere, donec proxima, consumpto alterius (della*

„positura precedente y visto, sola metiatur: tum dictare
 „metas, et easdem transposito inter extrema metæ ferra-
 „mento reprehendere; et eodem momento quo tenebatur,
 „a capto rigore ad intersuram aut finem perducere.
 „Omnibus autem intersuris tetrantis locum perpendi-
 „culus ostendat „. Ed alla pag. 286. „Perpenso ferra-
 „mento comprehendis signa, quæ posuisti in li-
 „mitem, *aliisque corniculis* tenebis alium limitem „. Igi-
 „no, fra gli Scrittori di cose Militari, dice che il sito di
 „mezzo degli Accampamenti si chiama *Groma* eziandio per-
 „chè „ in dictatione metæ, adposito in eo loco ferramento
 „*groma* superponatur, ut portæ castrorum in conspectu
 „rigoris sui *stellam* efficiant „. Columella chiama *Stella*
 „due righe che si tagliano come un X (IV. 13); e nelle
 „pergole della vigna chiama *Stella* la croce formata dalla
 „perlica orizzontale, dove aggiogata si traversa coi pali riti
 „sul suolo (IV. 17. 27). Li Copisti e Critici Antichi segna-
 „vano alcune parole con un *Asterisco*, il quale altro non
 „era che una *Crocetta* con quattro punti negli angoli.
 „Il sostegno di tale Macchina piantato in terra dovea
 „portare nella sommità un becco o rostro sporgente fuori
 „in traverso, dall'estremo del quale pendesse la *Groma*;
 „altrimenti se il sostegno fosse stato sottoposto, come una
 „colonnella, al centro della *groma* stessa, avrebbe impe-
 „dito di poter mirare per i due fili opposti. Quindi alla
 „sopracitata pag. 286. si legge „*Figes ferramentum ad la-*
 „„pidem *Fixo ferramento convertes ad umbilicum*
 „„*supra punctum lapidis, et sic perpendis ferramentum* „.
 „Lo che significa: „Pianterai lo squadro in terra presso la
 „pietra di confine; indi ne girerai il rostro sinchè venga
 „a corrispondere perpendicolarmente sopra il mezzo della
 „pietra; ed allora porrai in equilibrio la sua stelletta „.

Ci sembra che sia come un seguito all' operazione del Traguardo il prendere le distanze sulla Terra per mezzo del così nominato *Odometro*; onde non si debba, servendosi della catena o della corda, misurare lentamente e con pena; ma viaggiando in cocchio si possa dal rivolgimento delle Rote conoscere le distanze suddette. Altri a dir vero prima di noi esposero alcuni metodi per eseguir ciò; ma ognuno potrà decidere fra l'isiromento da noi qui descritto, e quelli dei precedenti.

Facciasi una commettitura a mo' di cassetta quadrata, nella quale tutta dovrà contenersi la macchina seguente. Dentro della cassetta (*ho supplito qui una riga, o forse più, che manca nel testo*) rasente il fondo e parallela ad esso adattasi una rotella di rame, che porta affissi nell'orlo otto bastoncetti. Nel fondo medesimo della Cassetta apresi una fenditura, per la quale un punteruolo, piantato sul mozzo d'una delle Rote del Cocchio, ad ogni rivolgimento entrando nella fenditura spinge innanzi uno dei bastoncetti che è rasente la fenditura stessa; di modochè il bastoncetto susseguente viene a prendere il posto del precedente; e così in infinito. Laonde avverrà, che quando la Rota del Cocchio avrà dato otto rivoluzioni, quella dei bastoncetti ne avrà fatto una. Sul centro della rota dei bastoncetti si affigge piantata in squadra una vite, la quale à l'altro suo estremo in un traversante fermato alle pareti della cassetta. A questa vite si applica di contro una rota dentata, i denti

della quale combinano coi vermi della vite, essa rota è perpendicolare al fondo, ed à similmente impiantato un asse, le estremità di cui si terminano nelle pareti della cassetta; una parte del medesimo asse porta spire in esso incise, di maniera che esso pure è una vite. E di nuovo a tal vite si applica una rotella dentata parallela al fondo della cassetta; questa pure à impiantato un asse, del quale una estremità gira sul fondo della cassetta e l'altra in un traversante commesso colle pareti della cassetta. Quest'ultimo asse à pure una vite che combina coi denti d' un'altra rota in situazione perpendicolare al Fondo. E ciò si faccia finchè a noi piace, o finchè vi è luogo nella cassetta; perchè quante più saranno le rote e le viti, tanto più lunga via si potrà misurare. Imperciocchè ciascuna vite girando una volta move un dente della rotella che le è applicata; di modo che la vite attaccata alla rotella de' bastoncelli girando una volta indica otto Rivoluzioni della Rota del cocchio, e move frattanto un dente solo della rota applicatale contro. Se dunque accada, che la rota applicatale contro abbia 30 denti, questa mossa in giro una volta intera dalla vite, indicherà 240 rivolgenti della Rota del cocchio. E di nuovo movendosi in giro la suddetta rotella dentata una volta, volgerassi pure una volta intorno la vite impiantata in essa, e della rotella che le è applicata un solo dente si moverà. Quindi se anche quest'ultima rotella abbia 30 denti (e potrà forse averne più) girando essa una volta indicherà 7200 rivoluzioni della Rota del cocchio. La quale se abbia dieci cubiti di

circonferenza, saranno 72 m. cubiti, ossia 130 Stadj. Ciò è detto della seconda rotella dentata; se ve ne sono più, e se sia aumentato il numero dei denti, tanto maggiore sarà la lunghezza del viaggio che si potrà misurare. Ma conviene servirsi d'una costruzione tale, che l'istromento valga ad indicare una strada non molto maggiore di quella che si può compiere in un giorno col cocchio; perchè ogni dì si può, misurato il viaggio della giornata, rimetter da capo per la Strada susseguente.

Ma poichè ciascun giro di vite non move sempre con esattezza e misura i denti nei quali imbocca; noi in prova gireremo la prima vite, finchè la rota in faccia ad essa abbia compiuto un giro; e conteneremo le quante volte si è girata intorno la vite, e sia per caso 20 volte, mentre la rota in faccia à dato un solo rivolgimento. Ma questa avea 30 denti; dunque 20 giri della rota dei bastoncelli corrispondono a 30 denti della rota dentata aggiacente alla sua vite. Ora i 20 giri movono 160 bastoncelli, ed altrettanti sono i rivolgimenti della Rota del cocchio, che fanno cubiti 1600; e però un dente della sopracitata rota dentata segna cubiti $53\frac{1}{3}$. Così, quando cominciato da capo il movimento, la rota dentata si trovi essersi mossa per 15 denti, indicherà 800 cubiti, ossia due Stadj. Noi scriveremo sull'anzidetta rota dentata Cub. $53\frac{1}{3}$. E facendo nella stessa guisa il calcolo per le altre rote dentate, scriveremo su ciascuna i suoi numeri; in modo che in ciascuna d'es-

se essendo avanzati un certo numero di denti, sap-
piasi il Viaggio che abbiain fatto.

Affinchè poi, quando vogliam sapere il viaggio fatto, non ci occorra di aprir la cassetta, per visita-
re i denti di ciascuna rota; dimostrerò, come col gi-
rare d'alcuni Indici sulle facce della cassetta si pos-
sa trovare la lunghezza del viaggio. Le suddette ro-
te dentate sieno disposte in maniera di non toccare i
lati della cassetta; ma i loro assi sporgano fuori delle
pareti, e gli sporti sieno riquadrati per ricevere In-
dici traforati essi pure in quadro. Sicchè girando la
rota col suo asse, girerà l'Indice ancora; e la sua
punta descriverà sulla faccia esteriore della stessa pa-
rete un cerchio, il quale divideremo in un numero
di parti eguale al numero dei denti della rotella in-
teriore. L'Indice sia così lungo, che la circonferen-
za da esso descritta contenga una divisione di parti
più distanti fra loro che non lo sono i denti. E que-
sto cerchio porti la stessa iscrizione che è sulla rota
interiore. Per tale maniera, sulla faccia esteriore del-
la cassetta esamineremo la lunghezza della percorsa
via. Che se le rote toccassero per necessità le pareti
della cassetta, sia perchè s'imbarazzano insieme, sia
per cagione delle viti a loro aggiacenti, sia per altro
motivo; a ciascuna d'esse toglierem tanto che nissu-
no impedimento vi resti. E perchè delle rote dentate
altre sono parallele al fondo, altre a squadra su d'es-
so; i cerchj eziandio descritti dagl' Indici, altri sa-
ranno sulle pareti laterali della cassetta, ed altri sul
coperchio della medesima. Laonde sarà duopo fare,
che una delle pareti laterali, quella che non à i

cerchj, serva da coperchio, in guisa che il coperchio sia una parete.

Avrei ristretto volentieri la descrizione di questa macchina, che gli Artefici moderni formano sugli stessi principj d' Erone, ma d'una maniera più comoda all' uso. Vitruvio al Lib. X. c. 14. describe al medesimo fine un ordiguo, che ei dice aver preso dagli antichi; e sarà stato forse uuo di quelli dei quali Erone parla nel principio della sua descrizione, preferendo loro il proprio. Effettivamente quello di Vitruvio presenta bensì una cert' aria di eleganza, ma indica solamente all' ingrosso le miglia, e non segna i cubiti partitamente; come fa l' Odometro del N. A.

Alla fine del Manoscritto ritrovasi un frammento sulla maniera di misurare la via corsa da una nave sull' acqua; il quale ho stimato di dovere trasportar qui, come d' analogo argomento.

XXXV.

Sia una vite AB (*Tav.^a 6.^a Fig. 39.*): volgente-
si in alcune boccucce..... sia connessa una rota di
4 denti. A questa sia parallela una Z di 100 denti,
e connessa a questa una H di 18 denti. Dirimpetto
vi sia una I di 72 denti; e similmente connessa a
questa una K di denti 18. E rimpetto similmente
una L di 30 denti; dalla quale esca un Indice per
mostrare la quantità degli stadj. Si costruisca una
Rota alata M avente il contorno delle ale di.....
la qual Rota alata si move col suo asse in tempo e-
guale a quel della nave. Pongasi, che ad un rivol-
gimento della Rota M si muova un dente di D. E

chiaro adunque, che camminando la nave cento mila, la rota L farà una rivoluzione. Cosicchè se un cerchio descritto intorno al centro della L si divida in mille parti; un Indice attaccato ad L, girando sul prelodato cerchio, segnerà a ciascuna divisione il progresso del movimento.

Noi possiamo supplire bastantemente le mancanze del Fragmento, se diciamo: che la vite AB è incavata sull'asse della rota M; e che con una sua rivoluzione move un dente solo della rota D di quaranta denti, che la rota D porta al suo centro affissa la *rota E di quattro denti*. *A questa sia parallela &c.* Allora supponendo che la Rota M in uno de' suoi rivolgimenti corra colla nave per 15 cubiti di viaggio; essa ne farà 1000, mentre la rota L compie una rivoluzione, come vuole il Manoscritto. Su questi dati ho combinata la fig. 39.

XXXVI.

Si trova dunque la lunghezza degli spazj che possiam camminare, sia col Traguardo già costruito, sia coll' Odometro sopraenunziato. Ma poichè riesce comodo il sapere eziandio quanta lunghezza di viaggio sia fra due Climi lontani, tra i quali cadono isole e mari e siti forse inaccessibili; è necessario qui pure avere un metodo, onde il Trattato che diamo fuori venga interamente completo. Per caso propongasì di misurar la distanza fra Alessandria e Roma, presa in diritto sulla Terra, e sopra un cerchio massimo di sua circonferenza: convenuto prima, che il contorno della Terra sia 252m Stadj, come Eratostene, quegli che à operato con più esattezza d'ogni altro, dimo-

stra nel Libro intitolato, *della misura della Terra*.

Si osservi in Alessandria e Roma la medesima ecclissi della Luna. Se trovassi nelle pubblicate, ce ne serviremo: se no, possiamo noi stessi predirla, osservando; giacchè l'ecclissi della Luna arriva ogni cinque, ed ogni sei mesi. Siasi dunque osservata nei detti due Climi la stessa ecclissi, ma in Alessandria all'ora quinta, e la stessa notte in Roma all'ora terza. E sia quella notte distante dall'Equinozio, verso la banda del Tropico iemale, dieci giorni. Si descriva l'Emisfero che passa per i Tropici, se siam in Alessandria, secondo l'inclinazione d'Alessandria; e se siamo in Roma, secondo l'inclinazione di Roma. Suppongasi che siamo in Alessandria; e si descriva secondo l'inclinazione di questa Città l'Emisfero per i Tropici. Sia $ABGD$ (*Tav.^a 6.^a fig. 37.*). il Cerchio che passa per l'orlo dell'Emisfero, il Meridiano in esso sia $BEZHD$; l'Equatore AHG ; il Polo dei paralleli E ; e Z il Polo del cerchio condotto sull'orlo dell'Emisfero. Su questo si adatti il cerchio corrispondente a quello per cui movesi il Sole nella suddetta notte all'ora quinta, quello cioè che è dieci giorni distante dall'Equinozio di primavera verso il Tropico iemale. Sia esso il cerchio IKL ; la circonferenza IKL si divida in dodici parti, e la quinta di queste sia IM . Poichè dunque l'ecclissi si è osservata in Alessandria all'ora quinta, sarà M il punto corrispondente a quello dov'era il sole quando accadde l'ecclissi.

Si descriva ora l'Analemma di Roma, e in esso il cerchio diurno corrispondente ad IKL . Sia qui

(*Tav. 6.^a Fig. 38.*) il diametro dell' Orizzonte ab , il Gnomone cd ; il diametro del cerchio diurno mn , la sua perpendicolare gh . E come l' arco hrn corrisponde a sei ore, così prendasi l' arco hr corrispondente a tre ore; giacchè l' eclissi si è osservata in Roma alle tre ore. Or (nella Fig. 37.) prendasi l' arco MV simile ad hr ; e il punto V sarà nell' Orizzonte di Roma. L' asse nell' Analemma sia ef , ed all' arco nrh si prenda simile l' arco VK ; sarà il punto K sul meridiano di Roma. E poichè era E il Polo dei paralleli; per i due punti E , K si descriva un Cerchio massimo QKE , sarà questo il Meridiano di Roma. Si assuma l' arco EN simile ad ec , e sarà N il polo dell' Orizzonte di Roma; come Z lo era dell' Orizzonte d' Alessandria. Prendasi, per la linea d' un cerchio massimo, la distanza ZN , si porti sul Cerchio ABG , e si guardi ivi a quanti gradi corrisponde. Poniamo che si trovi essere per es. di gradi 30; sarà la distanza presa sulla Terra, fra Roma ed Alessandria, trenta di quei gradi dei quali l' intero cerchio massimo ne contiene 360. Ed un Grado contien sulla Terra Stadj settecento; posto che l' intera circonferenza è di 252m. Li 30 gradi adunque corrispondono a 21m. Stadj; e tanta diremo essere la lunghezza del sopradetto viaggio.

Ho delineato la Fig. 37. (che nei Codici è guasta), in modo che rappresenti il concavo dell' Emisfero che passa per lo Nadir di Alessandria; sembrandomi che così esiga l' intenzione ed il testo medesimo di Erone.

Vitruvio e Tolommeo descrivono l' Analemma, del quale facevano uso gli Antichi. Esso è la proiezion della sfe-

ra sul Coluro dei Solstizj; e la *gh* (fig. 38.), nel moto giornaliero del Sole, separa la porzione sepolta sotto l'Orizzonte da quella che riman sopra.

Dove traduco: *si tagli l'arco EN simile ad ec.*; i Manoscritti, (applicandovi le Lettere latine che ho sostituite alle greche) dicono: *All'arco bf si ponga simile ln*; e da *nA si ponga* $\equiv$ *AN*; di che non è saputo tirar senso. Ma nella maniera che ho interpretato, la soluzione procede egualmente.

Macrobio citando l'Opera di Eratostene dice in *Libris dimensionum*: Erone dice *ἐν τριγωνα ποιῆσαι πρὸς τὴν ἀναμειψίαν τῆς γῆς*. Siccome Eratostene tentò anche di dare le distanze e le grandezze dei corpi celesti, forse avea divisa la sua Opera in più libri, uno dei quali trattava in particolare della misura della Terra.

Teone ne' suoi Commentarj sopra Arato dice, che da Metone in poi gli Astronomi nelle Città esponevano Tavole, dov' eran descritti, per gli Anni futuri, gli avvenimenti delle stagioni e del cielo; Gemino e Vitruvio le chiamano *paraepmata*.

Erone si serve di ore, che variano secondo le varie stagioni, com'era usanza a suoi dì.

XXXVII.

Con una data Potenza muovere un dato peso, per mezzo della combinazione di più rote dentate.

Si formi un intelajatura a mo' di cassa bislunga; nelle lunghe sponde della quale parallele fra loro si dispongano più assi paralleli, e distanti l'uno dall'altro in guisa, che le rote dentate inserite in essi si trovino connesse insieme a dirimpetto, come siamo per spiegare (*Tav.^a 6.^a fig. 40.*).

Sia la predetta Cassa ABCD, dentro la quale sia disposto l'asse EF nella maniera sopraenunziata, il quale possa liberamente rivolgersi. Al medesimo sia affissa la rota dentata GH avente il diametro, così a caso, quintuplo del diametro di EF. E per formare la nostra costruzione su d' un modello; poniamo che il peso da muovere sia mille talenti; e che la Potenza motrice sia di cinque talenti, sia cioè un Ragazzo che da se senza macchina vincer possa cinque talenti. Se però vi sien corde, le quali dal carico vadano per qualche apertura della parete AB ad avvolgersi intorno all'asse EF, esse tireranno a se quelle del Carico che à il peso. Ma per muovere la rota GH si richiedono piu di 200 talenti a cagione d'essere, come abbiám supposto, il diametro della rota quintuplo del diametro dell'asse: ciò si è provato nelle dimostrazioni delle cinque Potenze. Or noi non abbiamo la forza di 200. talenti.

Ma sia presso ad EF un altro asse ZY avente affissa la rota dentata IL; ed è pure la rota GH guernita di denti, che combinano coi denti della rota IL. Al medesimo asse ZY è affissa un'altra rota MN, la quale à similmente il diametro quintuplo del diametro di IL. Posto ciò, converrà che colui il quale vuol muovere colla rota MN il peso, abbia la forza di 40 talenti, che è la quinta parte di 200. Di nuovo adunque rimpetto alla rota MN si ponga un'altra dentata OP; e questa pure ne abbia attaccata un'altra QR, avente questa eziandio il diametro quintuplo del diametro di OP. Così la QR sarà mossa da una forza di otto talenti, mentre la for-

za data è solo di cinque talenti. Similmente si ponga li presso un' altra rota dentata ST che combini con QR; e sullo stesso asse di ST si affigga una VX, il diametro della quale stia al diametro di ST come otto talenti stanno ai cinque della data Potenza.

Preparate le sin qui dette cose: se immaginiamo, che la Cassa ABCD sia posta in alto, e se applichiamo il peso all' asse EF, e la forza alla rota VX; nè l' uno nè l' altra cederà, sebbene siavi buon accordo nella combinazione delle rote e degli assi, in modo che si movano liberamente; ma come in una bilancia vi sarà equilibrio tra la potenza ed il peso. Se poi aggiungiamo all' uno dei due qualch' altro piccolo peso, se per es. alla Potenza dei cinque talenti ne aggiungiamo uno di più, questa vincera il peso e lo tirerà per cagion della giunta.

Però alla rota VX si apponga una vite, avente i suoi vermi che combinino coi denti d' essa rota, e che si giri liberamente in rotondi fori, intorno a suoi perni. Uno dei quali sporga alla parte exterior della cassa verso CD; e qui squadrate si cambj in una manovella KW. Questa se taluno prenda in mano e la rivolga, volgerà insieme la vite e la rota VX; e quindi anche la ST attaccata con VX, e per mezzo di questa si volgerà anche l'adjacente QR, e la sua aderente OP; e quindi l'apposta MN, e l'aderente IL, e poi l'adjacente GH, e l'asse affissole EF. Intorno al quale avvolte le corde che vengono dal carico ne moveranno il peso. Che questo debba moveri è evidente, dall' aver noi aggiuata l' altra Po-

tenza della manovella, i circuiti della quale sono maggiori del contorno della vite. Imperciocchè i cerchi maggiori vincono i minori, quando rivolgonsi intorno al medesimo centro.

Questo Articolo non appartiene al Trattato del Tragnardo; ma taluno ve lo à aggiunto come parto indubitato d'Erone: Ed io non ho creduto di dover omettere la traduzione fedele, che ora abbiamo per la prima volta dal Greco, di un operetta celebre nella Storia della Meccanica. Pappo ne à dato un estratto alla proposizione X. del Libro VIII., della quale non farò qui che riportare il principio.

„ Muovere un dato peso con una data Potenza. Questa „ è la 40.^{ma} Invenzione meccanica di Archimede, per la „ quale narrano aver egli detto: *dammi su di che appoggiare, e moverò Cielo e terra.* Erone Alessandrino „ spiegò chiaramente la costruzione di questa macchina „ nel Libro intitolato *Barulco* (*Tirapesi*), dove tratta delle cose Meccaniche; tra le quali parla eziandio delle „ cinque Potenze, cioè del Cuneo, del Vette, della Vite, „ delle Taglie, e dell'Asse. Nel Libro *delle Rotelle* movevi un dato peso con una data forza, per mezzo di „ ciascuna d'esse Potenze. Ma in quello che è intitolato „ *Barulco* movevi colla unione di più rote dentate, posto „ il diametro della rota al diametro dell'asse in proporzione di cinque ad uno &c. “

Pappo si fa poi (nella proposizione 20. e sino alla 24.) a spiegare, come si combinino insieme le Rote e la Vite del *Barulco*; sempre sulle tracce dell'opera meccanica di Erone, della quale il solo Fragmento che restaci in Originale, è sinora il *Barulco* sopradescritto.

Colio avea riportato d'Oriente una Traduzione Araba del *Tirapesi* di Erone, da lui resa in Latino; la quale si

giacque lungo tempo inedita, sinchè Brugmans la trasse fuori, e la pubblicò nelle Memorie di Cotinga all' Anno 1785. . . . Si potrà confrontare la traduzione mia dell' originale, con quest'ultima tratta dall'Arabo, e col trausunto datone da Pappo.

Il Teorema: „ che i Cerchi maggiori vincono i minori, quando rivolgonsi intorno al medesimo centro „ lo ricorda Aristotile, e a detta di Pappo l'avevano dimostrato Archimede nel Trattato *delle Bilance*, e Filone ed Erone nelle loro *Meccaniche*. Non sono pervenute a noi queste opere; ma credo presa dalle medesime la Dimostrazione dello stesso Teorema, che ho trovata in un Manoscritto tradotto dall' Arabo di *Thebit figlio di Core*; il quale è annunziato dai Bibliotecarj sotto il titolo *Liber Karastoni*. Ne presento qui il Compendio in quella parte che riguarda il Teorema suddetto (*Tav. 6. fig. 4a.*).

„ 1. La virtù di due Movimenti è come gli spazj da „ loro percorsi in egual tempo. Per es. se due viandan- „ ti fanno l'uno 30, e l'altro 60 nel medesimo tempo, „ la virtù motrice del secondo è doppia della virtù mo- „ trice del primo. *Hæc est propositio recepta per se,* „ *inter quam et intellectum non est medium separans* „ *ea.*

„ 2. Se una Linea AB si roti intorno ad un suo pun- „ to fisso G, gli Archi AT, DB descritti dalle due „ estremità A, B in egual tempo, sono fra loro come i „ Raggi AG, GB.

„ 3. Dunque la virtù motrice del punto A sta alla „ virtù motrice del punto B, come AG : GB.

„ 4. Se dunque vogliamo che un Peso sospeso in A „ sia in equilibrio con un altro sospeso in B, conviene „ che il Peso in A stia al peso in B, come inversamente „ BG sta a GA; affine di compensare in tal modo la „ virtù motrice, che il punto B comunica al Peso da

„ lui sospeso , maggiore di quella che il punto A dà al
„ Peso applicatogli „.

Non è Egli questo il principio delle *velocità virtuali*
ben chiaramente enunciato?

FINE DEL TRACUARDO.

III.

DELL' IRIDE, DEGLI ALONI
E DE' PAREGLI.

LETTI ALL' ISTITUTO DI SCIENZE:

I PRIMI DUE ARTICOLI A MILANO NEL DICEMBRE 1813;
E I DUE ULTIMI A BOLOGNA NEL MAGGIO 1814.

ARTICOLO PRIMO.

*Erano scoperte, cinque Secoli fa, le spiegazioni
dell' Iride attribuite comunemente a de Dominis,
e Cartesio.*

Gli Scrittori d'Ottica hanno a gara esaltato con lode
de Dominis e *des Cartes*, come i primi Inventori della
 cagione immediata, onde le nubi pioyose coloransi,
 Quegli nell'Iride primaria inferiore, e Questi nella su-
 periore. Non presumo di contrastare un tributo d'ap-
 plauso alla memoria di que' Valentuomini, se col solo
 acume di loro intelletto son giunti a svelare il segreto
 processo con che la bella *Figlia del miracolo*

..... *indora e inostra*

Il curvo grembo e rugginoso al lume.

Ma diritto mi sostiene, e dovere mi spinge a recla-
 mare con più forte ragione splendidi e meritati en-

comj in favore d'un Religioso Domenicano, negletto forse da suoi contemporanei, e pressochè ignorato da posterì: il quale sino del 1300. spiegò egli solo la cagione d'ambedue le suddette luminose Meteore, pur così chiaramente, come avrebbe potuto descriverla innanzi a Newton il miglior Fisico del Secolo XVII., il quale avesse già letti gli scritti di Cartesio e Dominis. I fondamenti del mio reclamo contengonsi nell'Estratto d'un libro inedito, che m'accingo ora esporvi.

La prima traccia dell'Autore del suddetto Libro mi si è offerta in Quetif *De Scriptoribus Ord. Præd. Tom. I. pag. 513.* dal quale annunziasi: *Theodoricus de Saxonia Ord. Prædic. circa 1311, scripsit in IV. Librum sententiarum, et de radialibus impressionibus ad Americum Placentinum Ordinis Magistrum.* Ho poi trovato quest'ultimo Trattato scritto in pergamena fra il XIV. e XV. Secolo; sulla vecchia coperta del quale sta scritto in carattere antico: „Iste Liber est Fratrum Prædicatorum domus „Bas; et est de libris Fr. Jo. Toayst'n: oremus pro eo:„ passò quindi a tempi della Riforma nella pubblica Biblioteca di Basilea stessa: dove, per cortesia del Sig. Huber egregio Professore di Matematica e Bibliotecario, ho potuto esaminare con comodo il Libro, e trascriverne più Articoli. Riporterò qui nello stile del loro Autore i Passi più meritevoli d'esser tolti all'oblio, accompagnandoli con le Figure copiate fedelmente dall'originale; ed accennerò sol di volo in Italiano i punti di minor importanza.

Prologus epistolaris.

Reverendo in Christo Patri Fr. Aymerico (a) Magistro Ordinis Fratrum Prædicatorum Fr. Theodoricus ejusdem ordinis Provinciæ Theutonicæ, Theologicæ Facultatis qualitercumque Professor Placuit Reverentiæ vestræ et ad hoc me hortabamini cum apud vos Tholosæ essem in Capitulo generali; ut quod de causis et modo generationis et apparitionis Iridis et aerearum impressionum, quæ fiunt in alto hujus elementaris regionis, conceperam, scripto mandarem Feci ergo, Pater, quod mandastis; ut sicut in domo tanti Patris familias perfectis non deest solidus cibus; ita et ii qui ratione ætatis seu status infra eos sunt, interim olus manducant. Est harum rerum notitia certioribus viis et efficacioribus rationibus certificata, concurrentibus ad hoc scilicet variis et infallibilibus experientiis, cum efficacia rationum, prout ex sequentibus satis claret. Ratione autem majoris evidentiæ, tractatus præsens, qui *De radialibus impressionibus* intitulatur, in quatuor partes distinguitur. In quarum prima agitur de quibusdam communibus omnium radialium impressionum quæ fiunt in alto. In secunda parte, in speciali agitur de Iride inferiori, quæ et principalis est et sic vocatur, et de nubibus ipsam circumstantibus. In tertia tractatur similiter in speciali de

(a) Fu eletto Maestro dell'Ordine l'anno 1304. nel Capitolo generale di Tolosa, citato poco sotto; e rinunziò poi nel 1311. dopo aver mandato Fr. Teodorico a leggere in Parigi.

Iride superiori et de nubibus ipsam circumstantibus. In quarta consideratur de aliis impressionibus de numero earum, quæ in principio hujus tractatus enumerantur.

PARS PRIMA.

CAPIT. I. V. Non si parlerà in quest' Opera delle impressioni atmosferiche prodotte da combinazione di qualità elementari, come sono i Fuochi volanti, le Nebbie &c.; ma bensì di quelle che nascono da semplici Irradiazioni luminose. Nel quale Argomento è necessario aggiungere alle considerazioni fisiche quelle eziandio delle varie maniere con cui vediamo gli oggetti; per mezzo cioè di raggi diretti, o riflessuti, o rifratti.

VI. Le impressioni radiali che appariscono sull' alto di questa Regione elementare sono: L' Iride inferiore; la superiore; le Nubi che stanno ad esse intorno; l' Iride bianca che si vede talor nella nebbia; e la interamente rossa (a); gli Aloni più o meno completi intorno al Sole ed alla Luna; le Colonne a' fianchi del Sole, ossia Parelj (*perilios, quos aliqui Funes tentorii Solis appellant*); e finalmente il Sole e gli Astri tinti da vapori vicino all' Orizzonte.

VII. Consequenter dicendum est de modo et differen-

(a) L' Aurora Boreale. L' Autore nella parte IV.^a sospetta che questa sia piuttosto una qualità assoluta, della natura dei Fuochi volanti e delle Comete, anzichè un' impressione radiale.

tia radiationum quibus dictæ impressiones generantur Sunt autem hujusmodi radiationum modi numero quinque, quos videmus in his inferioribus rebus, quæ sunt circa nos manifestæ : Unus est ut incidant radii ab aliquo astro in superficiem corporis alicujus, ... et ab ea superficie tamquam a speculo reflectantur ad visum Hunc autem radiationis modum communiter videmus in speculis usitatis. In quantum autem talis radiatio causat apparentiam colorum resultantium ex tali radiatione, experimur hunc modum in pennis pavonum et anatum, et filis telæ aranearum, et aliis pluribus.

VIII. Secundum modum radiationis experimur in irradiatione solis per lapidem cristallinum exagonalem; quando radiatio oblique incidens in aliqua illius superficierum ex parte una, et transiens per aliam superficiem ex parte altera, ... colorat coloribus Iridis corpora solida et obscura quibus incidit. Per talem etiam lapidem videntur sub coloribus aliæ res non fulgidæ, si quis secundum debitum situm interposuerit ipsum inter visum et rem videndam, prout quilibet poterit experiri. Sit enim v. g. Sol radians A (*Tav.^a 7.^a fig. 1.*); Lapis cristallinus exagonalis CB; visus vel etiam corpus ex altera parte obscurum D. Radiatio ergo incidens secundum lineam AC, a loco incidentiæ intra lapidem frangitur ad perpendicularem CF, et pervenit ad alteram superficiem secundum lineam CB; et ibi exiens a lapide frangitur a perpendiculari BG, et pervenit ad visum vel

ad quodcunque corpus solidum obscurum (a) secundum lineam BD. Eodem modo contingit, si radiatio incidat in corpus sphaericum.

- IX. Tertium modum radiationum pertinentium ad propositum negotium experimur in guttulis roris vel pluviae, et in lapide cristallino, quem berillum vocant (b) Sit ergo corpus sphaericum ABC (Tav.^a 7.^a Fig. 2.); astrum sive sol radians D; visus F. Radiatio ergo incidens in dictum corpus per lineam DC, a loco Incidentiae frangitur ad perpendicularem CG et pervenit ad oppositam partem sphaericae superficiei secundum lineam CB; a quo loco tamquam a speculo convertitur et reflectitur ad primam regionem superficiei sphaericae ubi inciderat prius, convertitur inquam ad inferiorem partem ejusdem superficiei secundum lineam BA; in quo loco exiens a saepe dicto corpore frangitur a perpendiculare AM et pervenit ad visum secundum lineam AF Et si quis digito vel alio corpore obturaverit locum incidentiae ex parte astri, tota illa radiatio et ejus apparentia disparebit.
- X. Quartus modus radiationis, de numero earum quae pertinent ad propositum, est eodem corpore sphaerico obliquius posito et remotius a visu quam in jam dicta radiatione Sit enim (Tav. 7.^a fig. 3.) corpus sphaericum ABCD; Astrum

(a) Obscurum nel linguaggio del N. A. significa opaco.

(b) Brill, che oggi presso i Tedeschi significa occhiale, fu dalla pietra orientale Berillus applicato ad altre pietre lucide rotonde; primo quidem cristallo, postea vitro, tandemque etiam conspiciiliis; antiquius Brill. Così Diezmann e Scerzio nei Glossarij ec.

sive Sol Z, et visus F. Radius ergo incidens in parte inferiori secundum lineam ZA frangitur ad perpendicularem AG, et pervenit ad alteram partem superficiei sphaericae secundum lineam AB; a quo loco reflectitur secundum æqualitatem angulorum incidentiæ et reflexionis ad alteram partem ejusdem superficiei per lineam BC; a quo loco secundum eundem modum reflectitur ad primam regionem, ubi prius inciderat, cadens in partem superiorem secundum lineam CD; et ex hoc loco exiens dictam sphaeram frangitur a perpendiculari DM; et pervenit ad visum, secundum lineam DF, intersecans in suo transitu lineam ZA, quæ est linea primæ incidentiæ.

XI. Quintus modus radiationis satis patet per experientiam in ipsa radiali impressione, quæ est circulus quidam parvus circa astra lucidiora consistens. Sit enim (*Tav.^a 7.^a fig. 7.*) A Astrum radians, corpus per quod radiat sive sit nubes sive aliud B, visus C; linea recta inter Astrum et visum A C; locus incidentiæ obliquatus ab hac recta linea D; locus incidentiæ in profundo dicti corporis F; locus in quem cadit reflexio radii G; ex quo loco exiens radiatio frangitur a perpendiculari GM, et pervenit ad visum secundum lineam GC. Posset autem alius modus ejusdem radiationis singulatim et specialiter annumerari prædictis secundum quod ad modos prædictos reducitur. Est autem hæc radiatio ea qua apparent aliqua clariora astra in ortu suo seu occasu, sub alio colore et magnitudine, quam communiter appa-

reant sub claritate aeris, cum super Horizontem fuerint amplius elevata.

XII. XVII. I corpi sui quali si fanno nell'alto le impressioni radiali sono: primo i Vapori, che in poca quantità sono invisibili, ma diffusi per molto spazio acquistano corpo. Sicut et ipse aer qui est in propinquo nostri est invisibilis; diffusus tamen per latitudinem et altitudinem hemisphærii nostri ostendit aliquam terminationem habere et obicitur visui; et hoc est quod videmus inter nos et cælum cum serenum fuerit. Le altre materie soggette alle impressioni radiali nell'atmosfera sono la caligine, la nebbia divisa in parti minute segregate fra loro, le nubi o non ancora sciolte in gocce, o semidisciolte, o finalmente la pioggia.

PARS SECUNDA.

CAPIT. I. Alcuni fondati sull'autorità di Aristotile pretendono esser tre soli i colori dell'Iride; sicchè il giallo sia un'illusione dell'occhio ingannato dalla distanza, o dalla debolezza della luce. Sed hæc non efficiunt phantasticam talis coloris apparitionem in Iride. Notum enim est per quotidianam experientiam, quod in telis araneorum, quæ extensæ, et sub multis guttulis roridis et ad invicem propinquis infusæ sunt, in convenienti situ ad solem et ad visum, manifestus apparet dictus color, scilicet citrinus, inter alios colores iridiales suo loco et ordine, sicut in Iride, et tam propinque ad visum quam quis voluerit. Idem appa-

ret in Iride quæ quandoque et frequenter videtur circa rotas molendini, quæ ibi generatur ex spisso casu et multa aspergitione guttarum resolutarum ex casu aquæ super rotas. Idem manifeste apparet in guttis sparsis in herbis, si quis applicaverit visum ad ipsas et in valde propinquo, secundum determinatum situm talis guttæ ad solem et ad visum: unde in aliquo situ apparet rubeus color; visu autem permutato aliquantulum secundum situm, apparet citrinus manifeste in se distinctus ab aliis; ac demum secundum ampliorem permutationem situs, apparent alii colores iridiales secundum ordinem supradictum. Idem etiam apparet quando per lapidem crystallinum exagonalem videntur res sub coloribus iridialibus; ubi sub uno et eodem situ oculi ad lapidem jam dictum apparent omnes quattuor dicti colores, et in valde propinqua applicatione visus ad talem lapidem. Idem quoque dicetur de hoc quod omnibus est manifestissimum, et clarius quam ea quæ prædicta sunt apparet; videlicet quod parietes et alia corpora obscura colorantur sæpe dictis coloribus omnibus quattuor ex ea radiatione quæ fit a Sole per sæpedictum lapidem exagonalem; ubi juxta rubeum clarissime fulget citrinus, deinde viridis, et consequenter alii, secundum propinquitatem visus ad dictos colores, quantum quisque voluerit. E riguardo all' autorità di Aristotile, dicendum ad hoc, quod pro reverentia et auctoritate philosophicæ doctrinæ, dictum Philosophi exponendum est: et interpretetur quilibet sicut scit et potest: Scimus autem quod, se-

cundum eundem Philosophum, a manifestis secundum sensum nequaquam recedendum est. La quale ardita risposta avrà probabilmente scandalizzato più d' uno de' suoi Confratelli.

II. Combatte coloro che dedussero i colori dell' Iride dalla natura della Nube, ignea nell' alto, più basso aerea, e di nuovo più basso acquosa.

III. XXIV. Qui l'Autore inserisce un Trattato peripatetico sulla natura e l'origine dei colori. Come le quattro qualità di Caldo, Freddo, Umido, Secco, giusta l'insegnamento degli Aristotelici, temperate insieme producono i quattro Elementi; così a detto del N. A. le quattro qualità di luce forte o debole, estrema o media, combinate in varj gradi fra loro, nell'atto di torcersi i raggi per entro il corpo rifrangente, danno origine ai quattro colori. Checchè sia di questa Teoria, la quale non vale la pena di occuparcene, dopo le esperienze di Newton; la conclusione di Fr. Teodorico si è: che posto il Sole in G (*Tav. 7.^a Fig. 8.*), e il vetro esagono BE; esperimento sensibili luce clarius videmus, quod radiatio procedens ab M in NO defert rubeum colorem ex parte O, reliquos autem secundum proprium ordinem versus N. Radiatio autem exiens ab L et incidens in PQ rubeum colorem defert a parte P, reliquos autem vergentes versus Q; et sic contrario modo se habebunt dicti colores secundum situm. Quod etiam esset si dictæ radiationes se non intersectarent, ut patet intuitu. E se il raggio del Sole EG (*Tav. 7.^a fig. 4.*) cada in una sferetta

acqua, escono dall' arco AD i raggi colorati in ordine tale, che il rosso va in r , il giallo in s , il verde in t , e l' azzuro in v .

XXV. XXXVII. Questi Capitoli sono impiegati a preparare poco a poco la via alla spiegazione completa dell' Iride principale. L' A. vi stabilisce 1.° che nell' Emisfero celeste apparente, uno dei Poli dell' Iride è il Sole. 2.° che posto il Sole all' Orizzonte in A (*Tav.^a 7.^a fig. 5.*), lo spettatore in C , il cerchio verticale ADB , la sfera acqua in D , e condotte al suo centro le AGK , CLK ; vi è bensì nell' arco GL un punto O da cui il raggio AO è ripercosso all' occhio per OC ; ma questo rimane bianco e non si colora. 3.° Che i colori nascono in un raggio il quale traversa la goccia per la via $ANDMC$. 4.° Che è determinata dalla natura l' ampiezza degli archi GN , GM , secondo la quale colorasi il raggio; e quindi è determinata dalla Natura l' ampiezza dell' angolo che debbono contenere fra loro le due rette condotte da D ad A ed a C , per rendere i colori in C . 5.° Ma quest' angolo diviene maggiore o minore portando la goccia D più alta o più bassa nel cerchio verticale DB . 6.° E però è determinata dalla Natura la quantità dell' arco DB , secondo il quale deve elevarsi la goccia D , per rendere i colori allo spettatore C . 7.° Che per altro nella goccia, il sito della rifrazione produttrice de' colori non è un punto matematico, ma à una certa latitudine; onde 8.° anche l' altezza di ciascun colore nell' arco DB à una certa latitudine. Dopo

tutto ciò viene per conclusione il seguente Capitolo.

XXXVIII. De modo autem, quo colores qui apparent in Iride perveniunt ad visum, et hic quantum ad Iridem inferiorem nunc considero. Ad hoc autem resumantur ex præhabitis antea necessaria ad præsentem intentionem. E qui riassume la più parte delle Dottrine sopra accennate. Sed cum dictis nec hoc omitendum quod supra dictum est, scilicet quod una sphærula tales radios dicto modo recipiente et ad visum transmittente, dicti colores non omnes, scilicet in uno et eodem situ visus ad sphæram, veniunt ad visum; sed secundum alium et alium situm visus ad ipsam sphæram, talis vel talis color venit ad visum. Unde si simul omnes colores apprehendit, ut patet in iride, necessario est hoc ex diversis sphæculis alio et alio situ se habentibus ad visum, et visu ad ipsas.

Lineabo ergo Horizontem designatum per lineam AB (Tav.^a 7.^a fig. 9.) quæ etiam representabit diametrum sphæræ, cujus centrum C. Circulus autem altitudinis secans Horizontem orthogonaliter sit ADB. Locus in circulo altitudinis, ad quem elewantur sphæculæ guttales in quibus apparet Iris, sit arcus DH, cum non sit punctalis, sed latitudinem habeat, ut dictum est. Loca partialia, in quorum quolibet dicti colores apparent sint D, E, F, G, H; Pro qualibet autem aggregatione seu congerie sphæcularum elevatorum, ad quemcumque dictorum colorum sufficiat exemplificare in una sphæcula. Signetur ergo in unaquaque dictarum sphæcularum

locus incidentiæ latitudinem habens, ut præmissum est; et sit arcus IN . Similiter locus cui in profundo sphaerulae incidit dicta radiatio, cum supradicto modo latitudinem habeat, sit OS ; locus exitus versus visum tz ; loca partialia ejusdem latitudinis t, u, x, y, z . Locus ubi radiatio tota deferens colores Iridis cadit in diametrum sphaeræ in Horizonte $5, 1$. Loca partialia, in quæ singuli colores cadunt, $5, 4, 3, 2, 1$. Ponatur autem Solem esse in superficie Horizontis gratia evidentioris exempli. Cum supradictis autem quæ supra memorantur nec hoc a memoria cadat, quod supra ostensum est, scilicet quod arcus descriptus in sphaerula, qui intercipitur inter locum incidentiæ, qui est in N , et locum exitus ad visum $zyxvt$, modo major modo minor est secundum quod plus vel minus elevatur sphaerula in circulo altitudinis super Horizontem. Sphaerula ergo guttali elevata in circulo altitudinis ad supremum locum unde incidentia radiationis solis potest pervenire ad visum, in locum videlicet DE ; ipsa radiatio incidit in superficiem sphaerulae in arcu IN , et ibi intrañs corpus sphaerulae, fracta ad perpendicularem incidit in oppositam superficiem in profundo sphaerulae in arcu OS , et exinde tamquam a speculo conversa redit ad primam superficiem et incidit in arcum tz ; et exinde exiens frangitur a perpendiculari et perveniens ad visum representat colorem rubeum in ea sui parte qua transiens per corpus sphaerulae incedit circum angulos et latera et angustiam altitudinis sphaerulae; et fit sæpe dictæ radiationis portio

ut, sub rubeo colore incidit in visum in centro sphaeræ in loco Horizontis 2, 1, supremi limitis. Alii autem tres colores, scilicet citrinus, et viridis et lazulius, cadunt in diametro sphaeræ AB inter visum et solem. Citrinus videtur in loco 3, 2; viridis in loco 4, 3; Lazulius in loco 5, 4 supremi limitis harum notarum; et non perveniunt ad visum, sed solus color ruber pervenit ad visum ex sphaerula, immo ex tota congerie sphaerularum guttaliu elevatarum in circulo altitudinis in locum DE. Radiatio autem incidens in sphaerulas magis depressas in circulo altitudinis, videlicet in loco EF, sic pervenit ad visum, quod secundum portionem xv arcus $zyxvt$, color citrinus in loco Horizontis 3, 2 secundi limitis inferiorum pervenit ad visum ex qualibet sphaerularum elevatarum ad dictum locum EF in circulo altitudinis: Color autem rubeus incidit in diametrum sphaeræ ante visum, videlicet inter visum et locum unde apparet Iris. Alii autem duo, videlicet viridis et lazulius cadunt in diametrum sphaeræ retro visum, videlicet inter visum et Solem, et nullus istorum pervenit ad visum, nisi solus citrinus. Depressis autem sphaerulis in locum tertium, videlicet FG in circulo altitudinis inferiore jam dictis, a qualibet earum venit ad visum color viridis secundum portionem yx arcus $zyxvt$. Rubeus autem et citrinus incidunt ante visum in diametrum sphaeræ, videlicet inter visum et locum ubi apparet Iris. Quartus autem, videlicet lazulius, incidit in diametrum sphaeræ retro visum inter visum et solem, se-

cundum loca in præcedentibus notata. A sphæris autem in infimo quattuor dictorum locorum, existentibus in circulo altitudinis, videlicet in GH , pervenit ad visum quartus color, scilicet lazulus secundum portionem zy arcus $zyxvi$. Alii autem tres colores, scilicet rubeus citrinus viridis, cadunt in diametrum sphæræ ante visum, scilicet inter visum et Iridem; et nullus omnium dictorum colorum pervenit ad visum, nisi solus lazulus. Et sic omnes colores Iridis et tota Iris apparet in circulo altitudinis ex diversis sphæris guttalibus, secundum quod plus vel minus elevantur inter arcum HD , secundum diversas ejus portiones, ex quibus simul similes colores perveniunt ad visum modo supradicto.

Ex sphæris autem elevatis in circulo altitudinis supra dictum arcum HD nulla radiatio incidens pervenit ad visum. Infra autem dictum arcum depressæ transmittunt quemlibet radiorum incidentem ipsis ad visum, sed non sub coloribus Iridis, sed sub aliqua luce albescente coloribus impermixta ut tactum est supra, et plenius infra dicetur. Quoniam esgo secundum jam dicta, ex superiori loco circuli altitudinis resplendet rubeus color, ex proximo autem huic citrinus, deinde ex tertio viridis, ex infimo autem lazulus, ideo superior periferia et extrema est rubea, proxima inferior citrina, deinde sequitur viridis, infima vero et interior alurga.

Nei Capinoli che rimangono della seconda parte il nostro Autore prova: Che rotando l'arco DB (*Lav. 7.^a fig. 10.*) intorno all'asse AB , per tutto

il cerchio descritto dal punto D si debbono vedere i colori distribuiti come sopra: Che quindi il centro dell' Iride è sempre uella linea condotta dal Sole all' occhio dello Spettatore: E che per conseguenza, essendo il Sole alto sull' Orizzonte, debbe l' Iride esser minore d' un semicircolo &c.

PARS TERTIA.

- CAPIT. I. Nell' Iride secondaria o superiore i colori tengono ordine rovescio ai colori della Iride inferiore. Quella egualmente che questa si genera in nube rorida seu pluviali in guttas roridas seu pluviales resoluta.
- II. Qui pure la via della Irradiazione produttrice de' colori à sulle gocce sferiche un luogo determinato dalla natura.
- III. Nell' Iride superiore il raggio che si colora tiene la via A O G H D K B (*Tav.^a 7.^a fig. 6.*). Modus autem dictæ radiationis experimento percipitur si quis lapidem crystallinum sphaericum, quem Berillum vocant, vel aqueam guttam claram sphaericam sic aptet ad Solem, et visum; visu videlicet existente inter Solem et talem sphaeram consistentem lateraliter a linea recta incidente a Sole ad visum. Hoc hactenus in generali.
- IV. V. L' altezza dell' Iride superiore nel cerchio verticale DB (*fig. 6.*) è pure determinata dalla Natura.
- VI., VII. Spiega nella (*Tav.^a 7.^a fig. 11.*) i colori dell' Iride superiore apparenti all' occhio S; con

metodo analogo a quello, secondo il quale abbi-
am veduto nella fig. 8. spiegarsi da lui i colori dell' Iri-
de inferiore. Oude ometto di riportare qui il testo
dell' Autore, e penso che la suddetta fig. 11. co-
piata come tutte l'altre dal Codice, basterà per
dimostrare che Fr. Teodorico avea con eguale de-
streza penetrato il segreto dell' Iride superiore.

VIII. Che per ragione eguale a quella addotta ove
parlossi dell' Iride inferiore, anche la superiore
debb' essere un cerchio.

IX., X. Che l' Iride superiore generalmente è meno
splendida dell' inferiore: quoniam colligendo jam
dicta monstratum est hanc Iridem superiorem ge-
nerari et ex pluribus incidentiis, et reflexionibus,
et protensiori radiatione, et obliquiori incessu a
Sole usque ad Visum.

XI. L' Iride superiore avviene più di rado. 1.^o Per-
che la nube piovosa ordinariamente non si leva
tant' alto. 2.^o Perchè se l' irradiazione è debole,
l' Iride superiore diviene sparuta affatto, in forza
de' due Capitoli precedenti.

FINIS DELL' ESTRATTO DELL' OPERA
DI FR. TEODORICO.

Si dia taluno la pena di trascorrere le insulse
Dottrine, che intorno all' Iride, sino all' Epoca del
1300., spacciate aveano i Filosofi; non esclusi quelli
che precedetter di poco l' età del N. A. come fra gli
altri Vittellone, e Giovanni Cantuariense nella sua

Perspettiva la quale era il libro classico di que' tempi: dal paragone si conoscerà come Quegli abbia saputo in tale argomento aprirsi una via chiusa affatto ed incognita sino a suoi dì. Che dico a suoi dì? se si confronti l'esposto sopra col libercolo stesso di Marc' Antonio de Dominis, si vedrà di quanto l'Antico supera in chiarezza e solidità e penetrazione il Recente.

Io credo aver assicurato alla Germania la gloria delle prime scoperte sull'Iride, sopra un miglior fondamento di quello che abbiano fatto Scheibel e Murhard, producendo in campo lo scritto oscuro assai e confuso di Fleischer del 1571.

ARTICOLO SECONDO.

Come si formino talvolta Iridi inferiori alla principale, concentriche ad essa, e fregiate col medesimo ordine di Colori.

Presso la fine della 3.^a parte della sua Opera, Fr. Teodorico aggiunge „ Est autem juxta prædicta considerandum, quod quandoque apparet infra concavum Iridis inferioris impressio sub coloribus iridialibus arcualiter extensa, et ipsi Iridi inferiori immediate contigua, sub eisdem speciebus ordine et situ colorum, quem videmus in Iride inferiori jam dicta, sed coloribus multo obscurioribus „ Di questa Iride terza ed inferiore alla principale mi propongo ora di mostrare la realtà e di investigar la cagione.

Per assicurare la realtà del Fenomeno si è da taluni recata in campo la testimonianza di Vitellone, che al libro 10. prop. 69. racconta d'aver osservato a Padova ben quattro Iridi a un tempo. Ma queste erano certamente Aloni; giacchè Vitellone le descrive come cerchi completi, non lontani più di dieci gradi dal Sole, e le attribuisce a nubi e vapori situati fra lo Spettatore ed il Sole.

Il Sig. Ciccolini egregio Astronomo di Bologna e mio Amico à saggiamente avvertito (a) che la terza Iride prodotta secondo la Teoria comune da tre riflessioni e due rifrazioni nelle gocce sferiche, quando fosse visibile, cadrebbe dalla banda del Sole, e non dentro all' Iride principale.

l'rattanto non sembra che sia oggidì più luogo a dubitare dell' esistenza di Iridi interne ed inferiori ai due Archi riconosciuti già e spiegati dai Fisici. Oltre l'asserzione di Fr. Teodorico, abbiamo per esse la testimonianza de' valenti Osservatori Moderni, Langwith e Delaval in Inghilterra (b). Bouguer e le Gentil in Francia (c) Boscovich in Italia (d) Muschembroeck in Olanda (e) Wegner e Billfinger in Germania (f); i quali concordano tutti nel riferire d' avere, ciascun d' essi in tempi e luoghi diversi, vedute più basse e concentriche all' Arco primario

(a) Efemeridi di Bologna 1811 — 14.

(b) Transact. anno 1723. 1749.

(c) Acad. des Sc. anno 1767.

(d) Sopra il Turbino del 1749.

(e) Philosophia Nat. §. 2438.

(f) Acta di Lipsia 1781. Novi Commem. Petropol. Vol. 4.

or una or due o tre altre Iridi prossime o contigue a quello, e per lo più anche fra loro; beusi con fascie più strette più brevi, e con colori più languidi meno spiegati, che non quelli dell' Iride principale. Però li raziocinj teorici astratti non varrebbero a distruggere l'asserto unanime di tali e tanti testimoni oculari: e conviene esaminare, se la Natura presenti mai nell' Atmosfera piovosa circo-tanze diverse dallo stato ordinario, e tali che rendano applicabile eziandio a queste fascie colorate interiori la stessa Teoria generale dell' Iride, modificandola opportunamente.

Hanno è vero tentato di far ciò Pemberton, Muschenbroeck, Hube, ed altri; ma tutti con esito infelice; come potrà persuadersene ognuno il quale voglia darsi la pena di leggere i loro scritti, dopo aver ponderata la spiegazione che ho qui l'onore di proporvi, dedotta da Fatti a mio parere evidenti. Troppo lunga e noiosa opera sarebbe il trattenervi nella confutazione di inutili tentativi, quando io giunga a persuadere la verità del mio nuovo divisamento.

Le gocce d' acqua piovose, nelle quali si dipinge l' Iride principale, sono sferiche, o pressochè sferiche; tali si suppongono nella dimostrazione comune dell' Iride stessa, e tali le richiede l' attrazione scambievole, o vogliam dire l' affinità d' aggregazione delle menome particelle dell' Acqua.

Or se si posa sopra un piano orizzontale una sferetta fluida, sia questa di mercurio o d' acqua o d' altro liquore, quand' anche il Piano sottoposto abbia poco, o nulla d' affinità con tale sferetta, pure

noi la veggiamo schiacciarsi un tal poco nella sua faccia superiore, e nella inferiore che tocca la Tavola. Con ciò quel globetto fluido si trasforma in una sferoide compressa all'alto ed al basso in guisa d'una larga rapa o cipolla: la quale compressione e deviazione dalla forma sferica diviene maggiore quando la goccia è più grossa. Facile è da comprendere onde nasca un simile schiacciamento: la gravità delle particole componenti il globetto fluido agisce per linee perpendicolari alla Tavola sottoposta; resistendo questa ne risulta uno impulso delle particole superiori ed inferiori ad avvicinarsi fra loro. E questo impulso aggiunto alla attrazione od affinità scambievolmente delle particelle medesime nella direzione verticale, la rende più forte dell'attrazione che si esercita in senso orizzontale fra le parti laterali del globo. Onde la sferetta si allarga tutt'intorno secondo il piano dell'Orizzonte, stringendosi nel diametro perpendicolare all'Orizzonte medesimo.

Non dissimile schiacciatura, per motivo poco diverso, nasce nei globetti fluidi, quando questi in forza della gravità, vanno attraverso d'un altro Fluido che resista loro; specialmente ove i globetti sieno bastantemente grossi. Riempiasi d'olio un vaso prismatico rettangolare di vetro; e guardando lateralmente attraverso il medesimo, si osservino per trasparenza le gocce o bolle d'acqua, che dalla cima del vaso si lasciano col proprio peso una dopo l'altra cadere per l'olio stesso, insino a riposare sul fondo. Se le gocce che discendono in tal guisa sono minute assai, all'occhio situato come sopra di fianco, appa-

risono sensibilmente sferiche; ma se sono un po' grossucce, in cadendo giù per l'olio schiacciano la loro faccia superiore e la inferiore in guisa di comparire una sferoide compressa nell'alto e nel basso. Anzi la compressione è maggiore nella faccia superiore che non nella inferiore; tanto che se la bolla d'acqua così cadente è assai grossa, la sua faccia superiore finisce per divenire concava.

Rivolgasi allo in giù un simile vaso rettangolare di vetro pieno d'acqua; ed alla bocca del medesimo immersa sotto la superficie d'altra acqua stagnante si presentino bolle d'olio, o d'aria. Queste pure nell'atto di montare sù per l'acqua del vaso si schiacciano sino a comparir esse pure concave nella loro faccia inferiore, quando la bolla è assai grossa.

Queste deviazioni dalla forma sferica dipendono dalla resistenza che il fluido, attraverso del quale si fa il movimento delle bolle, oppone a queste. Il maggior peso specifico dell'acqua la spinge a discendere giù per l'olio; ed il minor peso specifico dell'olio lo porta ad ascendere sù per l'acqua. Ma nell'un caso e nell'altro il fluido, attraverso al quale si muovono le bolle, resiste loro, più che altrove, nella linea del moto che passa per lo centro di esse, trovandosi ivi la resistenza perpendicolare alla superficie della goccia. Nelle altre parti laterali di essa goccia la resistenza agisce obliquamente alla superficie, e però diminuisce più e più, sino a divenir nulla contro i fianchi della goccia distanti per 90. gradi dall'urto verticale, che si spiega sulla sopranominata linea del centro. Questa diversità di resi-

stenza conto le diverse parti della superficie delle bolle distrugge la figura sferica, nella quale si disporrebbero, se fossero o lasciate in quiete a se medesime o premute tutto all'intorno egualmente dal fluido circostante; ed invece induce loro la forma d'una rapa, o per fine anche d'un fungo.

Partendo da questi principj e da questi fenomeni, è gioco forza conchiudere, che anche le gocce d'acqua mentre cadono in pioggia attraverso dell'aria, debbono esse pure schiacciarsi un tal poco all'alto ed al basso; non già tanto come quando cadon per l'olio, essendo minore assai la resistenza dell'aria; ma per altro lo schiacciamento debbe divenire sensibile soprattutto nelle grosse gocce di pioggia temporalesca; mentre nella minuta pioggia ordinaria le piccole stille conservano quasi per intero la forma sferica nata dalla affinità d'aggregazione delle loro particole.

Che le grosse gocce di pioggia cadenti per l'aria vestano la suddetta forma schiacciata, oltre le sovraesposte ragioni, lo dimostra eziandio ad occhio la figura dei globetti di grandine. In questi si osservano bensì forme irregolari mostruose, sia per cagione dell'aggruppamento fortuito di più ghiacciuoli fra loro, sia per l'agitazione che il vento burrascoso eccita nelle bolle d'acqua al momento che sono poi comprese dal gelo. Ma dove i globetti d'una vistosa grandine rimangono semplici e rotondi, si trovano bene spesso avere una figura compressa, simile appunto a quella che vestono le grosse bolle d'acqua cadenti per l'olio. Il Sig. Newton attesta frequente

essere questo schiacciamento nella gragnuola (a). Cartesio paragonò tali globetti alla figura dell'umor cristallino nell'occhio (b), e Adanson li rassomigliò ad altrettanti bottoni da veste (c). Il freddo agghiaccia le grosse gocce d'acqua e le indura appunto in quella forma in cui le trova mentre stanno discendendo a terra.

Chi volesse determinare con rigor matematico la figura geometrica esatta delle grosse stille d'acqua schiacciate che cadon per l'aria, dovrebbe fondare il suo calcolo sopra due basi che finora mancano alla scienza; e sono: 1.º La legge dell'attrazione fra le particelle dell'acqua nelle inenome distanze indiscernibili al nostro senso ordinario: 2.º La legge non ipotetica ma vera, secondo cui l'azione d'un fluido mosso contro una data forma di convessità diminuisce nel discostarsi dal punto del massimo impulso. Vi è fondamento di giudicare, che la sezione perpendicolare all'Orizzonte, delle grosse stille sferoidali soprannominate, non sia la Ellissi comune. In ogni modo basterà al nostro intento considerare qui la sezione medesima come terminata alle due estremità da due archi eguali d'uno stesso cerchio, allontanati fra loro più che non è il diametro della loro curvatura; come nella Ellissi comune le due porzioni situate ai due estremi dell'asse maggiore si confondono col loro cerchio osculatore nel sito degli Apsidi. Con tale as-

(a) *Opticae* l. 1. part. 2. prop. 9.

(b) *Meteor.*

(c) *Acad. des Sciences An.* 1769.

sunto i raziocinj diverranno semplici, e le conseguenze non si allontaneranno dal vero che d' una quantità od insensibile o dispregevole affatto nel caso presente.

Or sia dunque (*Tav.^a 8^a fig. 12.*) DBA la sezione circolare d' una superficie che separi l' aria posta fuori del convesso in I A dall' acqua contenuta dal concavo in BH. Sia C il centro del Quarto di cerchio DBA; e sulla convessità di questo vengano a cadere dal Sole i raggi, come IB, paralleli ad AC; i quali per ora supporremo omogenei ed aventi la rifrangibilità menoma dei colori prismatici. Posta 4:3 la ragione del seno d' incidenza a quello di rifrazione; prendasi $CF = 3 AC$, e si intenda descritta la caustica DXF corrispondente alla Irradiazione suddetta. Considerato un piccolo fascetto IB di tale Irradiazione, si trova non difficilmente il punto X della caustica, nel quale si raccolgono i raggi omogenei del fascetto IB.

Imperciochè dato il seno d' incidenza CH, è pur dato il seno di rifrazione CE. Tirata per E la EM perpendicolare a BC, è dato altresì il punto M; dal quale condotta parallela ad IBH ossia ad AF la MX, taglierà questa il raggio rifratto BE nel punto X della caustica DXF, dove si raccolgono i raggi componenti il fascetto omogeneo IB (a): Per conseguenza il punto X è dato.

Per lo punto X si faccia passare l' arco XS d' un cerchio, il quale abbia il suo centro Q sull' asse AF, ed il raggio $QS = AC$; quest' arco sarà

(a) Smith. *Optik.* §. 414.

considerato da Noi come la parte posteriore della goccia allungata nel diametro della sua sezione verticale da A sino in S. Preso l'angolo $QXR = QXE$; il fascetto IBX sarà in porzione sufficiente riflettuto per XR ; uscendo da R si allontanerà dalla perpendicolare TRC , e volgendo per RP formerà col l'asse AF , ossia col raggio incidente IB l'angolo AVP , il quale finalmente sarà dato esso pure.

Calcolando colla delineazione grafica e colle Tavole Trigonometriche i valori collegati fra loro delle quantità variabili AS , BA , ed AVP , ho trovati questi valori come nella Tavola seguente, nella quale sono ommesse le frazioni di minuti, come inutili al nostro proposito.

Longhezza di AS in parti centesime del raggio AC .	Valore dell'Arco BA in gradi sessa- gesimali.	L'Angolo AVP in gradi simili.
200. —	59. —	42. —
210. —	56. —	32. —
220. —	53. —	24. —
230. —	50. —	17. —
240. —	48. —	12. —
250. —	45. —	8. —
275. —	40. —	5. —
300. —	35. —	4. —
325. —	30. —	3. —

Si applichi ora a ciascun caso della Tavola precedente la teoria stessa dell'Iride primaria, e si troverà qui pure: 1.° che dei raggi paralleli ed omogenei ad IB , e cadenti sopra l'intero quarto di cerchio DBA , nessuno viene dopo la rifrazione a percuotere la parte posteriore della goccia XS in un punto più alto di X ; atteso che la caustica DXF volge la convessità all'asse AF , ed il raggio BX è tangente della caustica in X ; onde la quantità XS diviene un massimo; il raggio BX forma in X il limite superiore dei raggi come sopra rifratti per tutto il quarto di cerchio DBA , e contiene vicino a se il massimo addensamento di tali raggi.

2.° Il raggio RP contiene parimenti intorno e vicino a se il massimo addensamento dei raggi rifratti da DBA , e ripercossi da XSZ : gli altri raggi omogenei ad IB , e devianti dalla prossimità di RP od escono da RA per un punto più vicino ad A di quello che sia R , od essendo assai diradati si rimangono deboli e meno efficaci a produrre una sensibile impressione sull'occhio.

3.° E quando il fascetto IB sia composto di raggi tinti con colore diverso, i più rifrangibili fra questi vanno a riflettersi da XS in un punto più basso di X , ed escono poi dall'arco interiore RA per un punto meno discosto da A di quello che sia R , divergendo sempre più dal meno rifrangibile RP .

Onde in 4.° luogo finalmente qualunque volta il diametro AS della goccia sia più lungo di $2AC$, l'occhio situato dalla banda di P dovrà vedere una

Iride, il semidiametro della quale sarà misurato dall'angolo AVP .

Ora il progresso della Tavola precedente dimostra, che mentre si allunga più e più l'asse AS della goccia allargata nel senso orizzontale, e schiacciata nel verticale, intanto diminuisce successivamente l'angolo AVP , che è il semidiametro apparente dell'Iride. Però dove nella pioggia alle sulle sferiche minute si mischiano gocce maggiori e quindi schiacciate, la sezione verticale di queste ultime presenta all'occhio una Iride inferiore alla primaria, coi colori disposti nel medesimo ordine. L'Iride principale non è che un caso particolare della Tavola precedente, e della Teoria generale sovraesposta; essa comparisce nelle gocce sferiche, quando cioè $AS = 200$, $BA = 59^\circ$, e l'angolo $APV = 42^\circ$.

Questo discorso sembra essere per se evidente: ma perchè i raziocinj astratti incontrano bene spesso gravi ed imprevedute difficoltà nell'applicarli all'esperienza, perciò ho creduto di dover rappresentare ad occhio tutte queste Iridi successivamente minorate di diametro. Ho formato una Cassetta parallelepipedica di metallo $ABDC$ (*Tav. 8.^a fig. 13.*), avente nella faccia CD una larga finestra chiusa da una lamina semicilindrica di vetro IE . Parallela alle due sponde AC , BD movesi innanzi e indietro una simile Cassetta minore $RSTV$ guernita in Z dell'altra metà del vetro suddetto, la quale rivolge il suo concavo all'incontro di IE . In tal guisa, riempita la Cassetta maggiore AD d'acqua, sicchè questa non entri nel vano della Cassetta minore RV , il fluido

contenuto fra i due vetri E, Z prende la forma stessa che à la goccia AS della *fig. 12*. E facendo correre la Cassetta RV lungo la AD, si varia a piacere la distanza EZ. Introdotto quindi in una Camera oscura un raggio di Sole per la linea orizzontale MLE, entra questo nell'acqua per la finestrella anteriore E, e ripercosso dal vetro posteriore Z esce di nuovo per I a dipingere sulla parete LO i colori dell'Iride in K. Misurate le distanze LK, LE, ho col mezzo loro determinato l'angolo compreso fra il raggio incidente ME, ed il ripercosso IK, e la riuscita dell'esperimento è stata come nella Tavola seguente.

Distanza EZ in parti centesimo del semidiametro della lamina Cilindrica.	Angolo del raggio KI col bianco AE.
200. —	42. —
210. —	32. —
232. —	17. —
250. —	7. —
275. —	5. —
300. —	4. —
322. —	3. —

Se si confrontino i numeri di questa Tavola ricavati dall'esperienza immediata con quelli della

Tavola antecedente dedotti dalla teoria e dal calcolo, si vedrà che si corrispondono fra loro quanto basta per formare una prova decisiva del mio assunto.

Per ulteriore confermazione del sin qui detto aggiungerò, che avendo fatte soffiare alla lampana boccettine di vetro un tal poco schiacciate, e poi riempitele d'acqua, le medesime esposte colla loro costa al raggio solare gettavano i colori prismatici ad una distanza angolare minore di quella delle boccette sferiche; le quali ultime forniscono com'è noto, l'esperimento volgare delle Iridi prima e seconda.

Dalla stessa cagione nasce, che quando in una camera con boccia sferica o con cilindro di vetro si vuole come sopra imitare l'Iride comune; se tali vetri non hanno guscio estremamente sottile, compariscono sul muro non un solo, ma due ordini di colori, l'uno assai prossimo all'altro. Imperciocchè la superficie posteriore esterna del vetro, essendo più lontana dal centro che la superficie interna, getta i suoi colori un po' più dalla banda del foro, per cui s'introduce il raggio del Sole a cader sulla boccia.

Noi abbiamo finora considerato la sezione verticale delle gocce cadenti per l'aria sotto forma compressa nell'alto, e nel basso, e riguardandola come una specie di ovale allungata, l'abbiam veduta produrre una o più Iridi inferiori e concentriche alla prima, secondo che le gocce cadenti hanno varie misure di grossezza e di conseguente schiacciatura. Ma se si prenda la sezione orizzontale di tali gocce, essa è pur sempre un cerchio; però quando i raggi

del Sole debbano venendo all'occhio traversare la goccia nel piano della sezione orizzontale, essi non sono più in caso di rendere altro che l'Iride primaria. Or ciò accade appunto, ove essendo il Sole vicino all'orizzonte, si tratta di veder l'Iride nelle gocce basse e prossime a Terra; sieno queste sferiche o schiacciate, il raggio del Sole, che esse rifrangono all'occhio, passa in tal caso per la loro sezione orizzontale, che è sempre un cerchio, e produce, così nelle sferiche come nelle schiacciate, l'ampiezza angolare dell'arco primario, gettando i colori sulle due gambe del medesimo che sorgono in alto dal suolo a destra e sinistra dello Spettatore. Per conseguenza debbono in quel luogo mancare le fasce delle Iridi interne e rimanervi la sola principale. Questo è ciò che avviene di fatti, e di che gli osservatori ci assicurano: le Iridi interne, delle quali favelliamo, non hanno gambe che giungano a terra, e compariscono soltanto nell'alto e sotto la volta dell'arco principale.

In prova ulteriore del sin qui detto aggiungo: 1.°, che nello scritto di Wegner citato in principio, dov'è ben distinta la forma delle molte Iridi consecutive, si nota che le gocce piovose cadevano allora più grosse del solito. 2.° Se con una Tromba da Incendj si lanci all'aria un bel getto d'acqua, le gocce ricadendo dipingono all'occhio quella molteplicità d'Iridi vicine fra loro, che esige appunto la mole di esse gocce varia in grandezza. Questo esperimento fu già istituito anche da Mariotte (a).

(a) Œuvres tom. I. p. 261. Ediz. del 1740.

Il Sig. Newton avvertì, che nell' Iride prima il violetto, il quale ivi è il colore interno e più basso, tira sovente sul rossigno; del che Egli incolpa il candore delle nubi vicine. Ma è da credersi che tale arrossamento del violetto nasce appunto dalle gocce di pioggia non troppo grosse, e però non molto schiacciate, le quali mandano il loro raggio rosso a cader sul violetto dell' Iride prima, in maniera di renderlo porporeggiante.

La spiegazione che ho addotta di queste Iridi interne è dunque assolutamente la vera: imperciocchè essa deriva da principj certi riguardo alla forma delle gocce piovose che cadon per l'aria; essa procede per dimostrazioni sicure in ciò che spetta alla produzione de' colori prismatici; essa combina colle esperienze analoghe a quelle che sogliono istituirsi per vedere ad occhio la produzione dell' Iride comune; e cessa finalmente di poter applicarsi colà appunto dove cessano le straordinarie apparenze delle Iridi inferiori alla prima.

ARTICOLO TERZO.

Principj Fisici conducenti alla Teoria degli Aloni e de' Paregli.

I. **Q**ueste Meteore luminose occupano presso che tutta la quarta parte dell' Opera di Fra Teodorico. Nella (*l'av.^a 8.^a fig. 14.*), che è press' a poco la sua: posto l'occhio in O, il Sole od altro corpo

risplendente in D; le sferette acquee vaporose distribuite lungo il cerchio verticale CBA in E, R &c. Egli trova sul fianco di ciascuna sferetta un luogo NK, per lo quale passando il raggio DNK rifrangesi tanto nell'entrare che nell'uscire, e va a dipingere presso O li colori dell'Iride. Onde l'occhio posto in O vede l'azzurro nella sferetta più elevata E, il rosso in una più bassa R, ed i colori intermedj nelle gocce situate fra E, ed R.

Dechaies (a) recando in campo la medesima idea stabilisce l'angolo DOE di 23. gradi. Frattanto l'esperimento non corrisponde alla Teoria: imperciocchè vero è bensì, e l'eodorico lo reca in prova della sua proposizione, che se dal Sole venga a percuotere di fianco la sfera aquea E un raggio DN abbastanza esile, il quale sia rifratto in KO, nascono in O i colori prismatici. Ma quando il Sole illumina in pieno tutta la sfera, i suoi raggi raccolti nel foco si spargono poi dopo questo in un cono, dentro il quale mescolandosi di nuovo d'ogni maniera vi ricompongono per tutto entro il color bianco. Quindi preso l'angolo DOE sia di 23.°, come voleva Dechaies, sia di 26.° come propose Newton (b); illuminata per intero la sfera dal Sole, e fatta la prova sperimentale in una stanza, niuna tinta sensibile distinguesi in O. Lo che pur sarebbe necessario all'oggetto di poter sostenere la sopraenunziata spiegazione degli Aloni.

(a) Oper. tom. 3. pag. 751. e segu.

(b) Veggasi Smith Opticks. Lib. 2. Cap. 16. prop. 7.

L'argomento di queste lucide apparenze complicato essendo, e non ancora bastantemente illustrato, potrà per avventura divenire opera vantaggiosa il riprenderlo qui nuovamente ad esame.

II. Fa duopo innanzi tutto dividere gli Aloni in due classi distinte affatto e separate fra loro. Nella prima comprendansi le Corone, il diametro delle quali è 5, 10, e non si estende oltre i 25 gradi: queste circondano tutte, come loro centro, l'astro dal quale ricevono la luce, mostrano per lo più il color rosso all'esterno di loro circonferenza, nè traggono seco il corredo d'alcun' altro luminoso fenomeno. Nella seconda classe pongansi gli Aloni che hanno il diametro di 45, o di 90 gradi poco più poco meno: questi presentano sempre il rosso nella loro parte interna che guarda il Sole o la Luna; e sogliono essere accompagnati da altri archi eccentrici al principale; e da Immagini vive dell'Astro che cingono chiamate perciò *Puregli* e *Paraselene*. Totalmente diversa è la natura di queste due Classi.

La cagione produttrice della prima Classe di Corone più semplici e più ristrette si può dire omai cognita abbastanza. Ne abbiamo chiaro l'esempio nelle Iridi che compariscono intorino al lume d'una candela guardata attraverso i vapori dell'acqua bollente, od attraverso il recipiente della macchina pneumatica mentre in rarefacendosi l'aria divien vaporosa all'interno. Rimane solo a decidere, se i colori di queste Corone, sieno esse artificiali o naturali, vengano prodotti dai vapori atmosferici secondo la legge delle *lumine sottili trasparenti*, come fu

saggio divisamento di Newton (a); o se piuttosto derivino da luce *inflessa* nel passar vicino o sul fianco dei vapori vescicolari; o se finalmente sieno effetto di luce *riflettuta* dalla superficie esterna dei globetti vaporosi od acquari. Che quest' ultima foggia di coloramento possa intervenire essa pure in tali fenomeni, l'ho provato nella mia *Indagine sui Colori* (b); mentre dimostrai generarsi un simile cerchio colorato attraverso d' una lamina di vetro coperta di minutissimi globetti opachi di mercurio; dove certamente non à luogo nè trasmissione nè infrazione di luce, ma semplice riflessione colorante alla maniera di Brouggham (c). Le piccole e semplici Corone, delle quali or favelliamo, provengono ora nell' una, ora nell'altra, ed ora in più d' una delle tre maniere indicate poc' anzi.

III. A fine di poter parlare con cognizione di causa della seconda classe di Aloni e tutt' insieme de' loro cerchi secondarj e parregli; gioverà averne qui prima d' ogni altra cosa delineato l' aspetto, se non in tutte le sue varietà, almeno colle circostanze principali che più o meno di sovente lo accompagnano. Nella (*Tav.^a 8.^a fig. 17.*) lo Spettatore trovasi sotto al centro d' una Fascia bianca LIEFK, che gli gira intorno parallela all' orizzonte, alta egualmente che il Sole S. Il Sole stesso è al centro dei due Aloni CADB, GEHF, ognun d' essi tinto in rosso nell' interno di sua circonferenza ed azzurro o bianchiccio

(a) Optic. Lib. 2. part. 4. Observ. 13.

(b) 8.^o Modena 1799.

(c) Transact. 1796. p. 227.

all' esterno. Il diametro apparente AB del primo suol essere intorno ai 45 gradi; nel secondo il diametro EF è doppio, vale a dire dai 90 ai cento gradi. Colà dove questi due Aloni s' intersecano colla Fascia orizzontale, in A, R, E, F , vengono in mostra i *finti Soli* o Paregli talvolta così risplendenti che uom non osa fissar contro ad essi lo sguardo: colorati essi pure in rosso nella banda che guarda il Sole, gettano ciascuno all' altra banda opposta uno strascico di luce in figura di coda. Altri Paregli, ma bianchi e più tranquilli nascono talvolta in I, K, L . Alla cima dei due Aloni formansi, eccentrici a questi, due Archi PGQ, RCT tinti in rosso nella loro convessità; e finalmente altre due porzioni di curva VCX, YDZ toccano alcuna volta l' Alone interno in C, D , tali che se riescano a compiere il loro contorno, diviene questo una specie di Elissi avente l' asse maggiore disteso sulla linea orizzontale AB . Nei luoghi di contatto G, C, D avvivasi lo splendore in guisa di far ivi comparire altri come Paregli orizzontalmente bislunghi (*a*).

Questa è in compendio la scena principale di così eleganti e capricciose meteore; singolare e curioso spettacolo, del quale trattasi di rinvenire la spiegazione.

IV. Fra le Ipotesi a quest' oggetto proposte finora, la più rinomata è quella d' *Hugenio*; il quale deriva tali apparenze or da piccoli globetti di ghiac-

(a) Le Comparse degli Aloni ricordati dagli Storici sono disposte in ordine Cronologico da Zahn (*Specula Physico-Mathemat.* Vol. 1. p. 412.)

cio, or da sottili cilindri essi pure gelati, gli uni e gli altri sospesi a mo' di vapore nell'aria. La loro sezione è rappresentata in XZ (*Tav.^a 8.^a fig. 35*); l'Autore suppone ch'essi abbiano un nocciolo opaco EF, i cilindri al luogo del proprio asse, ed i globetti nel centro. I raggi del Sole AB, CD rifratti dalla porzion trasparente XE, FZ s'incrociano in G, e vanno a pingere in K, ed in I quell'Iride, che Fra Teodorico e Dechaies indarno aveano cercato in una Sfera totalmente diafana. Il diametro apparente dell'Alone determina la proporzione che debbe avere il diametro della sfera o del cilindro XZ al diametro dell'incluso nocciolo opaco EF. Per l'Alone interiore e più stretto la ragione XZ:EF debbe essere = 25:17.

Hugenio spiega eziandio la Fascia bianca orizzontale colla luce ripercossa dalla faccia esterna de' suoi cilindri, quando sieno perpendicolari all'orizzonte; e spiega i Paregli col mezzo della luce rifratta entro i Cilindri medesimi.

Autori di grido, Weidler fra gli altri ed Epino, hanno mosso gravi difficoltà contro al sistema d'Hugenio; senza frattanto aver essi potuto sostituirvene un più felice; anche du Fay giudica presso che impossibile soddisfare a tutte le apparenze de' Paregli col sistema suddetto; e tutto ponderato, Priestley annovera la spiegazione di tali apparenze fra le cose tuttavia *desiderate* nell'Optica. Mio scopo è dunque adesso di esaminare se, invece dei divisamenti d'Hugenio, rinvenir si possa una Teoria, che abbia più solido fondamento in natura, e meglio corrisponder sappia ai fenomeni.

V. In primo luogo non sembra potersi negare, che le Corone grandi accompagnate da Paregli dipendano da minutissime particelle di ghiaccio nuotanti nell'atmosfera. Inperciocchè 1.º tali meteore sono così proprie e particolari del gelato Settentrione, che molto rado si osservano nei Paesi meridionali, mentre ai confini della zona fredda e per entro la medesima ritornano frequentissime e quasi famigliari. 2.º E colà appunto, invece di vapori fluidi, l'aria è bene spesso ingombrata da sottilissimo nevos polviglio. In prova dell'una e dell'altra asserzione produrrò qui le testimonianze d'alcuni fra i più illustri Osservatori che dimorato hanno in quei climi.

Federico Martens (a) così descrive lo stato dell'atmosfera nello Spitzbergen. „ La brina sotto la „ forma di piccoli aghi nevosi cadeva nel mare, che „ ne restava tutto coperto come da una polvere o da „ una tela di ragno. Queste brine cadenti si distinguavano meglio quando il Sole vibrava i suoi raggi lungo un qualche sito ombroso; le suddette particole vi brillavano contro come diamanti, e rassomigliavano a quei piccoli atomi che si osservano nel raggio del Sole..... Nei suddetti aghi cadenti si vedeva un'arco simile all'Iride, tinto di due colori, di bianco cioè e di giallo sparuto “.

Antonio Martin (b) dello stesso Spitzbergen narra: „ Che colà veggonsi frequenti Paregli ed archi colorati intorno al Sole, mentre frattanto non

(a) Recueil des Voyages au Nord Vol. 2.

(b) Atti della Società di Svezia an. 1758.

„cade mai pioggia, ma solo grandine o neve“.

Middleton (a) ragionando della Baja d' Hudson dice: „L'aria vi è piena d' innumerabili particole di ghiaccio molto acute ed angolose, le quali si distinguono chiaramente ad occhio nudo Gli Aloni ed i Paregli qui appajono di spesso intorno al Sole ed alla Luna Se la Stagione è serena, i Paregli sono sempre accompagnati da Corone, e continuano più giorni consecutivi dal nascere al tramontare del Sole. Esse Corone hanno varietà di colori, e 40 o 50 gradi di diametro Le nebbie, che in inverno vengono dalla banda del Polo, si osservano ad occhio nudo composte d' un numero infinito di ghiaccioli così minuti come fossero tenui peli o fili, così appuntati come gli aghi“.

Ellis nella Storia del suo viaggio alla stessa Baja d' Hudson (b). „L'aria in inverno vi è piena d' una infinità di piccole frecce di ghiaccio visibili ad occhio Per tutto dove in inverno è acqua distesa gelata sollevasene un vapor denso che chiamasi nel Paese *fumo di ghiaccio*; questo fumo è desso che sollevato gela e vien trasportato in ogni lato dai venti sotto la forma visibile di dardi o di spiccoli Se aprivamo la porta od una finestra del nostro Alloggio, l'aria fredda esteriore entrava con impeto, e cambiava i vapori de' nostri appartamenti in una minuta neve. Di qui nasce che di

(a) Travart. Num. 465.

(b) In 12^a Paris 1749. Vol. 2.

„ frequente si veggono in questa regione Paregli ed „ Anelli assai lucidi, e tinti dei colori dell'Iride“.

Il Viennese Astronomo Hell (a) il quale dimorò un anno a Wardhus nel nord della Lapponia, e che dalle nevose particole ripete le Aurore Boreali, spettacolo da lui messo pari cogli Aloni e coi Paregli, riferisce che tali meteore bene spesso colà finivano in nevicare: di maniera che i buoni Lapponi interrogati cosa fossero tali apparenze luminose, istruiti da lunga esperienza rispondevano che era neve. Fra le Corone e i Paregli osservati a Pietroburgo per dieci anni (b), Krafft nota che molti furono seguiti da neve. Anche Brawn cita vedute in Siberia dal 1734 al 42 (c) dieci diverse comparse di Paregli; le quali accaddero sempre nei mesi del gelo. Halley, il quale dopo li tentativi di Hugenio e di Mariotte giudicò mancare tuttavia la spiegazione dei nostri fenomeni, conviene frattanto „ ch'essi sono frequenti quando „ l'aria nella Stagione fredda si trova piena di nevose particole“. Verdries vide cadere a ciel chiaro nevose laminette nell'atto stesso che risplendeva coi Paregli l'Alone (Atti di Lipsia 1726 p. 223). Più altri notano simili meteore essere state poco dopo seguite da neve. E fra le cinquanta rimanenti storie di Aloni con Paregli, più di quaranta si dicono comparir in aria e stagion fredda; se alcuni avvennero facendo caldo vicino a terra, gelata frattanto esser

(a) Appendix ad Ephem. An. 1777.

(b) Comment. Petropol. Vol. IX.

(c) Novi Comment. Petropol. Vol. VI.

poteva per questi pochi la region superiore dell' atmosfera.

Ammettasi pur dunque come un principio fisicamente sicuro, che le molecole pendenti in aria sulle quali dipingonsi gli Aloni accompagnati da Paregli, sono molecole congelate. Il ghiaccio è più leggero dell' acqua fluida, e quindi i fruscoli nevosi, soprattutto ove sieno assai minuti e tirati in fogliuzze od in aghi sottili, possono venir sostenuti nella region superiore dell' atmosfera più facilmente dei globetti acquosi. Se non fosse inopportuno il deviar qui dal Soggetto principale, potrei dimostrare, che l' aria è dotata d' una tenacità, e direi quasi viscosità sua propria, maggiore assai di quella che i Fisici le accordano comunemente, per cui solleva e sostiene lungo tempo la polve, le ceneri vulcaniche, e tanti altri corpicciuoli volanti in alto, benchè tutti questi sieno specificamente più gravi dell' aria stessa, e molta parte di essi eziandio specificamente più gravi del ghiaccio. Nè già l' essere i ghiacciuoli piccoli e sottili farà ch' essi non possano generare vive e splendide meteore; mentre veggiamo l' arco baleno generarsi nelle minutissime goccioline di pioggia.

VI. Da questa prima Base fondata, come abbiám veduto, in natura, Hugenio incomincia il suo lavoro; ma procedendo oltre immagina i ghiacciuoli aerei d' una tale forma esteriore, e d' una tale interna struttura, che uom prudente sarà, almeno quanto alla generalità loro, assai ritroso a convenirne. Quegli suppone 1.º che i ghiacciuoli sieno cilindrici o sferici. 2.º che abbiano dentro loro un nocciolo opa-

co. 3.^o che questo nocciolo tenga una costante proporzione colla veste diafana dalla quale è rinchiuso. Or queste tre supposizioni e sono gratuite, e sembrano discordare dalle più accurate e più frequenti osservazioni.

Molta pena in primo luogo si sente ad accordare che i ghiaccioli suddetti esser debbano, *per la massima parte*, o cilindrici o sferici. La forma rotonda è sempre il prodotto d'una cristallizzazione o distrutta o precipitata e confusa: ma da Keplero in poi si sa che la neve per lo più veste l'aspetto di cristalli elegantemente regolari. Essa neve cade a terra, quando i suoi cristalli o troppo ingrossati, o rammasati ed attaccati insieme hanno acquistato una certa mole. E sappiamo dalle osservazioni di Wilke (a), che il molto freddo accelera bensì, ma non turba la regolarità dei suddetti cristalli. I pulviscoli nevosi, sui quali appariscono le Corone congiunte a Paregli, debbono anzi essere i primi più semplici elementi d'una cristallizzazione regolare; poichè si formano ad aria bene spesso tranquilla, e si sostengono molte ore e talvolta i giorni interi nell'atmosfera.

Renitenza più forte ancora proverà taluno ad immaginare, che questi cilindri o globetti abbiano tutti un nocciolo opaco nel loro asse o centro che sia. Veggiamo è vero talvolta accader ciò nella grandine, le pallottole della quale sono in tal caso un fascio di più ghiaccioli aggomitolati fra loro in ca-

(a) Atti di Svezia del 1761. Veggasi anche Guettard Acad. des Sciences 1762. p. 421.

dendo ed investiti poi dopo da molta acqua che si gela confusamente intorno a tale aggruppamento. Ma appunto per essere così rammassate queste pallottole pionbano dall'alto con grande impeto a terra. Chi potrebbe sostenere lungamente in aria un gruppo di più ghiaccioli necessarj a comporre il nocciolo opaco, vestito inoltre di molta acqua gelatagli addosso? Li minuti cristalli della neve sono pellucidi interamente; e tali son pure a detto de' Viaggiatori le puntine di ghiaccio che nelle Regioni settentrionali sono portate dall'aria e danno origine ai Paregli.

Affatto inverosimile finalmente e più arbitraria d'ogn'altra è la pretesa, che nei gelati globetti o cilindri la proporzione fra la veste diafana ed il supposto nocciolo opaco sia la medesima per tutti, od almeno per la massima parte. Il nocciolo opaco non saprebbe esser altro che una congerie irregolare di più ghiaccioli; la sua veste pellucida non potrebbe essere se non l'aggiunta fortuita di vapori acquei fluidi, i quali per caso si trovino vicini a quell'ammasso, vi si attacchino e congelino intorno. Chi è che potesse regolare colassù l'aggruppamento de' ghiaccioli, la quantità de' circostanti vapori, il grado del freddo, il movimento de' gruppi e dell'aria in modo che ne sorga mai sempre la proporzione stabilita? Sarebbe questo un voler dare effetto regolare ad accozzamenti irregolari e fortuiti, un volere dal disordine stesso far nascere una legge determinata e costante.

Queste obiezioni al sistema d' Hugenio non deb-

bono con tutto ciò spingersi tropp' oltre, e sino a negare assolutamente, che il Sole qualche volta fondendo nelle loro coste gli spicoli gelati angolosì possa smussarne gli angoli sporgenti e le punte in guisa di rotondarli un tal poco. Può questo avvenire, e noi vorremo in qualche rara circostanza servicene opportunamente; ma non può nelle gelate regioni succedere tanto di spesso quanto vi si mostrano frequenti le Corone e i Paregli; e quando ancor succede, i cilindri e le sferucce rimangono sempre o trasparenti o tutt' al più vuote per aria compresavi entro. Onde sussistono sempre le eccezioni date sopra ai pensamenti d' Hugenio; e la terza soprattutto rimane in tutta la sua forza ed insuperabile.

VII. Convien dunque abbandonare i Cilindri ed i globetti, od almeno confidarvi ben poco; giacchè debbono assai di rado incontrarsi nella gelata regione dell' aria, nè hanno dentro se un nocciolo di costante misura, nè sòno vevoli a cagionare tutti i variati aspetti delle grandi Corone e de' Paregli. Meglio riuscirà la cosa, se prendansi in mano le più semplici, e le più frequenti forme de' minutissimi cristalli di ghiaccio di neve o di brina. L' applicazione di queste più semplici forme al procreamento degli Aloni era già stata intrapresa da Mariotte; ma il suo lavoro incompleto rimase e come dimenticato dagli Studiosi. Mi lusingo d' averne ora modellato ed esteso la Dottrina in guisa che possa ammettersi d' oggi in poi come una teoria solidamente fondata riguardo a questo ramo di Fisica.

Gli Osservatori (α) che ci hanno delineato le tanto varie e molteplici figure de' ghiaccioli e de' vapori gelati in aria, convengono tutti ad asseguar loro un'angolo di sessanta gradi. Quest'angolo ritorna costante ne' ghiaccioli suddetti, per quanto variato ne sembri e complicato l'aspetto; esso angolo ne regola così la costruzione prima, come le composizioni successive. La forma primitiva più semplice è (Tav.^a 8.^a fig. 16.) 1.^o un'ago o prisma triedro A colle facce inclinate fra loro 60 gradi, terminato da una piramide. 2.^o Sei di tali aghi B si dispongono come raggi intorno al centro, l'uno divergente per sessanta gradi dall'altro. 3.^o Sulla costa di questi raggi s'impiantano, quasi piume sulla costa d'una penna altrettanti minori prismi simili, come in C, D, E. 4.^o questi vi si moltiplicano a segno di chiudere gli esagoni o più vero sottili esaedri F, G. Si sa che i lati dell'esagono presi alternativamente costituiscono fra loro un triangolo equilatero di 60 gradi: e sintantochè essi esaedri sono sottili, il loro contorno termina colla costa degli aghi triedri che gli han chiusi. 5.^o L'esaedro crescendo in altezza forma pilastretti a sei facce H, che da Becmann furono chiamati *nix columnaris*, e dei quali Hassenfratz molti osservò nelle montagne dell'Austria. 6.^o Tal'altra volta l'esaedro piatto getta fuori sei nuove frecce come I; e queste s'ingrossano poi in maniera di for-

(a) Fra questi contasi Grew Transact. N.^o 92.; Langwith Ibid. N.^o 376.; Nettils Ibid. An. 1756.; Wilke Atti di Svezia del 1760. e 61.; Bierskander Ibid. An. 1775. &c.

mare una fortificazione in esagono o piatta K, od alta a guisa di pilastro scannellato L. 7.^o Alcuna fiata all'estremità de' sei raggi o frecce s'impiantano sei esaedri, e ne proviene la forma M &c.

Lunga ed inutile opera sarebbe tutte ripetere qui le bizzarre figure de' gelati vapori. Può chi voglia procurarsene il piacere, può esaminarle presso li citati Scrittori e più altri: e vedrà che tutte o presso che tutte compongonsi di pezzi od ossature disposte press'a poco ai sessanta gradi d'inclinazione fra loro; salvo che i loro angoli possono essere talvolta alterati un poco dal calore dell'aria o del Sole.

Questa misura di gradi prenderò, nelle rifrazioni della luce, per base del mio discorso: il quale ho fondato sul calcolo, e cimentato poi sempre coll'esperienza, facendo costruire con lamine di vetro forme di cristalli analoghe a que' della neve, ed esponendole poi piene d'acqua ai raggi del Sole. E siccome, prendendo un medio fra le opinioni diverse dei Fisici, la densità e la forza rifrangente del ghiaccio sembra essere minore di circa un quindicesimo di quella dell'acqua; però nello applicare al ghiaccio i calcoli e gli esperimenti istituiti sulla rifrazione dell'acqua, ho giudicato di dover sempre diminuirli di circa un trentesimo, riducendoli sulla regola di un grado meno ogni trenta.

VIII. Premetto qui alcuni Lemmi dedotti colla regola precedente dai cimenti eseguiti sull'acqua, e fondati su principj già noti nell'Optica.

Lemma 1.^o Il piano della carta (*Tav.^a 8.^a fig. 38.*)

formi sulle due facce d'un prisma triedro od esaedro di ghiaccio, inclinate fra loro sessanta gradi, la Sezione A perpendicolare all'asse del prisma stesso. Per questo piano o sezione rifrangasi il raggio del Sole DBCE, si entrando in B che uscendo in C, di maniera che la sua via interna BC formi equilatero il triangolo A B C; lo che arriva quando l'angolo DBK è intorno ai 47 gradi. In tal caso, prolungando DB in G, ed ED in F, la rifrazione totale GFE riesce di ventitre gradi circa, ed è il menomo torcimento che possa ricever la luce da tali prismi di ghiaccio. Chiameremo questa la *Via della minima rifrazione*; seguendo la quale il raggio CE così piegato va a dipingere in E un' immagine tinta dei consueti colori.

2.° Se il prisma KAL si giri intorno al proprio asse, in modo che l'angolo DBK divenga maggiore o minore di 47°: nell'un caso e nell'altro la rifrazione totale GFE diviene maggiore di 23°, e può crescere fino oltre i 40°. In questi casi il raggio rifratto torcendo più di CE, spiega i suoi colori in qualche punto fra E ed N.

3.° Variando, come pur ora, successivamente l'inclinazione della faccia AK riguardo al raggio incidente DB; cade luce incomparabilmente più densa e più viva in EM, presso al punto E della minima rifrazione, di quella che possa cadere nel rimanente spazio MN al tempo dei maggiori torcimenti del raggio; così portando qui, come altrove, la legge del menomo. Dieci gradi di variazione nella quantità dell'angolo DBK in più od in meno dei 47°

non producono che un grado di aumento nell'angolo GFE, e lo portano dal $23.^{\circ}$ al $24.^{\circ}$.

4.^o Nel suddetto prisma la rifrazione può aumentarsi per un secondo motivo; questo è quando il piano della rifrazione non rimane perpendicolare all'asse delle prima. Sia (*Tav.^a 8.^a fig. 19.*) ACDBEI uno di tali prismi retto sulla sua base ACD; e il piano della rifrazione MPRN faccia, coll'asse (o col lato AB) del prisma, acuto l'angolo MOA. In tal caso l'angolo rifrangente SOQ diviene maggiore di $60.^{\circ}$, e però la rifrazione menoma che possa farsi lungo il piano MN diviene maggiore di $23.^{\circ}$.

5. Ma qui pure, mentre il piano rifrangente MN devia successivamente dalla positura perpendicolare ad AB; accade che, come nel Lemma 3.^o, le rifrazioni si tengono in maggior copia che mai vicine ai $23.^{\circ}$. In maniera che quindici gradi di deviazione di qua o di là della perpendicolare suddetta producono poco più di un grado d'aumento nei ventitre gradi corrispondenti alla menoma rifrazione, a quella cioè che si ottiene quando il piano MN è perpendicolare ad AB.

IX. Per avvicinarci ora più d'appresso alla spiegazione de' tanto complicati fenomeni delle Corone congiunte co' Paregli, e per sostenere più facilmente l'attenzione nostra nel progresso del discorso: conviene dividere l'intero esercito de' ghiacciuoli nuotanti nell'atmosfera, come in tre Corpi principali, che nominar potremo Legioni. Facciamo che la prima Legione contenga la massima parte degli aghi o prismi

bislinghi A, H (*Tav.^a 8.^a fig. 16.*); e questi mettiamoli in aria perpendicolari all'orizzonte, quale è appunto la positura che anche Hugenio propone di dare a suoi cilindri. E' naturale pensare che i lunghi spicoli gelati abbiano un qualche disequilibrio di peso fra le loro due estremità opposte; sarebbe strano che nella più parte di essi il centro di gravità si trovasse mai sempre al preciso mezzo geometrico di loro lunghezza; se non vi si trova, gli spicoli suddetti erger debbono una loro punta verso il cielo. A cielo tranquillo numerosa bastantemente riterremo che sia questa prima Legione; tanto più che possiamo inoltre aumentarla includendovi e prismi d'un qualunque numero di facce, e cilindri comunque affatto trasparenti, e foglie sottili esaedre, purchè tanto l'asse di quelli quanto il profilo di queste sieno perpendicolari all'orizzonte. Questa *perpendicolarità* sarà il distintivo della prima Legione.

La seconda Legione non sarà meno copiosa nè men forte della prima. La comporremo in preferenza di stellette, di esaedri schiacciati, e di simili altre sottili fogliuzze di ghiaccio D, E, F, G, K, M (*Tav.^a 8.^a fig. 16.*). Affinchè si sostengano, così composte come sono, un tempo conveniente sull'alto dell'atmosfera, è duopo ch'esse giacciano colle loro larghe facce in positura orizzontale, onde l'aria possa più facilmente opporre bastante resistenza ad impedire ch'esse discendano al formar basso; così potranno, distribuendosi in largo, estesi e tenui strati orizzontali nella regione superior delle nubi. S'intendono inclusi nella compagnia di queate fogliuzze

eziandio que' spiccoli solitarj bislungli, sia prismatici, sia cilindrici trasparenti, ne' quali il centro di gravità fosse situato in guisa di persuaderli essi pure a tenersi coll' asse parallelo all' orizzonte. *La giacitura orizzontale* è lo stendardo della presente Legione.

La 3.^a Legione sia formata di truppe dirò così fuori d' ordine, e che mal sono educate a conservare un abito uniforme, ed una distribuzione regolare. Essa comprenderà ghiacciuoli d' ogni forma e grandezza, schiacciati, tondicci, bislungli, raggiati &c; tutti in mescolglio e confusione, in modo che si rivolgano chi all' uno chi all' altro punto di cielo, chi obbliquo all' alto chi al basso, all' innanzi, all' indietro, a destra, a sinistra &c. Sarà questo come un corpo di truppe colletizie irregolari nell' armata; corpo più numeroso e più frequente delle due prime Legioni, specialmente quando il vento o l' elettricità mettano l' aria in perturbazione; nel qual caso anche le due prime Legioni, disciogliendo le loro ordinanze si fouderanno e mescoleranno in quest' ultima.

Distribuendo i nevosi fruscoli nelle tre accennate Legioni, non pretendo che i loro strati in aria debbano contenere ciascun a parte una Legione sola, sebbene ciò possa alcuna volta succedere. Ma sieno pure se si vuole, essi strati composti di tutte tre le Legioni congiunte e mescolate fra loro; con la proposta divisione intendo solo di far notare al pensiero, per entro alla confusa turba innumerabile de' ghiacciuoli, quelle classi di loro, che riuscir possono efficaci a produrre or l' uno or l' altro de' Cerchi luminosi e Pareali.

Gli Strati delle gelate molecole non debbono essere nè molto profondi, nè troppo addensati sull'atmosfera; perchè allora non danno più passo alla luce, ma divengono oscuri e negri, se si trovano dalla banda del Sole, e semplici bianche nubi appajono quando sono in faccia al medesimo. Per ottenersi le nostre Meteore fa duopo di strati sottili o rari, in guisa di lasciare sereno il Cielo, o dargli tutt'al più un aspetto di leggerissima nebbia.

ARTICOLO QUARTO.

Si applicano i Principj stabiliti sopra alla spiegazion de' Fenomeni.

I. **E** tempo ora di accingerci ad indagare le particolari circostanze produttrici delle varie scene che pingonsi in queste Legioni di ghiaccioli illuminate dal Sole; prendendo sotto esame una dopo l'altra, ciascuna in separato Paragrafo, le apparenze. Incominciamo dalla Corona interiore prossima al Sole: questa venendo a spettacolo più spesso di tutte l'altre comparse, debb'essere cagionata altresì dalla Legion di ghiaccioli la più ovvia e la più frequente, che è la terza Legion tumultuaria.

Sia l'occhio dello Spettatore in O (*Tav. 8.^a fig. 20.*); il Sole infinitamente lontano in mira alla retta OTS; l'angolo $SOQ = 23^\circ$. Fra il gran numero de' ghiaccioli della terza Legion rivolti per ogni verso, una parte di quelli che pendono in aria al luogo

della retta OQ , per es. in Q si troveranno in^a posittura di ricevere colle loro coste ed angoli di sessanta gradi la luce LQ parallela ad SO , e di torcerla, per la via del menomo rifrangimento di 23° , ad O (Lemma 1.^o). Così lo spettatore O vedrà la luce QO divisa ne' suoi colori, e vedrà il rosso da quella banda di Q che guarda la retta ST .

Dentro lo Spazio OTQ nissuno dei raggi provenienti dal Sole e paralleli ad SO potrà essere da' ghiaccioli ivi sparsi rivolto per rifrazione ad O , perchè nissun ghiacciolo rifrange la luce meno di 23° ; onde lo spazio TQ all'occhio O comparirà fosco ed oscuro.

Fra que' ghiaccioli che si trovassero fuori dell'angolo SOQ , per es. in y , alcuni potranno rifrangere verso O qualche porzion della luce derivata come sopra dal Sole. Ma questa rimanendo fuori della *menoma rifrazione*, sarà molto più debole di quella che l'occhio vede verso Q (Lemma 3.^o): e poichè la luce di y si mescola colla luce rifratta dai ghiaccioli circonvicini x, z , si ripristinerà in color bianco. Però il cielo fuori di TQ , in x, y, z &c. comparirà tinto di un lume bianchiccio successivamente più debole nel discostarsi da Q .

Si giri la *fig. 20.* intorno alla retta SO come intorno ad un'asse; e la retta OQ colorirà all'occhio O intorno al Sole un' Alone del diametro all'incirca di 46° ; il quale sarà tinto in rosso nella parte di sua circonferenza che guarda il Sole, chiuderà un' area di colore squallido e fosco, e mostrerà fuori all'intorno di se una luce bianchiccia diminuita per gradi

nello scostarsi dall' Alone medesimo. Tutto come si osserva in natura.

Alcuni de' ghiaccioli confusamente, come sopra, dispersi per l' aria potranno, per semplice riflessione delle loro prime facce, inviare ad O qualche filo di Luce. Ma quanto più ci accostiamo a T, tanto i ghiaccioli che possono riflettere la luce in O divengono più obliqui al raggio del Sole, e però ne pigliano tanto minor quantità. Sicchè una tale riflessione della loro faccia anteriore non farà che dare al Quadro come la vernice di un debole chiarore il quale diverrà più languido nello avvicinarsi a T. Questo lume sparuto non distruggerà i colori dell' Alone prodotti dalla addensata rifrazione in Q, nè render potrà l' area interna TQ così chiara, come il campo esteriore QZ, il quale è inoltre avvivato dalla bianca luce rifratta in xyz , come sopra.

II. Parliamo in secondo luogo della Fascia bianca orizzontale LIEFK (*Tav.^a 8.^a fig. 17.*); a generare la quale servono mirabilmente gli spicoli della prima Legione ritti allo in sù colle loro punte verso il Cielo; sieno essi prismi, o fogliuzze piane, o cilindri pellucidi, la superficie de' quali ultimi si può considerare come d' un prisma avente un numero infinito di facce. Basta che le facce di tali ghiaccioli sieno verticali, e sieno rivolte in chi all' uno in chi all' altro punto dell' orizzonte; ripercoteranno esse per semplice prima riflessione i raggi del Sole a tutti intorno i punti dell' orizzonte medesimo.

Sia KLSA (*Tav.^a 8.^a fig. 21.*) un cerchio descritto sul piano dell' orizzonte; l' occhio al centro

O; il Sole sulla linea OST; lo Specchio piano rettangolo verticale EFHL. Questo si giri (rimanendo sempre verticale), sinchè l'angolo HAO vaglia la metà numero dei gradi contenuti nell'arco SA. Cadendo in A parallelo ad SO il raggio del Sole VA, sarà riflettuto in AO, e l'occhio O vedrà un'immagine bianca del Sole nella direzione OA. Colla stessa regola può disporsi in qualunque punto della circonferenza KLSA uno specchio verticale, il quale ripercota al centro O un'immagine del Sole che giace sulla linea OS. Questi specchi rappresentano le facce piane dei ghiacciuoli componenti la prima Legione che ponno ripercotere da tutta la circonferenza descritta sopra i raggi del Sole T all'occhio O; al quale però comparirà tutt'intorno nell'orizzonte una Fascia bianca che passerà per lo Sole, ed avrà in larghezza press'a poco il diametro di quell'astro. Così avviene quando il Sole sia vicino all'orizzonte.

Rimanga, come prima, l'occhio in O; e il Sole infinitamente lontano trovisi in un piano verticale elevato sulla linea OST, coll' altezza apparente ZOS. Per lo punto X, in che lo strato de' ghiacciuoli della prima Legione elevato nell'atmosfera taglia il raggio ZO, si descriva parallelo all'orizzonte un cerchio QNX, il centro del quale P sia sulla verticale PO; e si concepisca descritta sulla circonferenza QNX come base la superficie d'un cono rovescio OQNX. Il cerchio precedente KLSA, che potevamo prendere di qualunque grandezza a noi fosse piaciuto, supponiamolo eguale a QNX; alziamo da A sullo specchio EFHL la verticale AN, e tiriamo NO.

L'occhio O vedrà sulla retta ON l'immagine del Sole infinitamente lontano Z . Imperciocchè si conduca parallelo a ZO il raggio MN ; questo prolungato dietro lo Specchio incontrerà nell'orizzonte la VAR in modo che sia l'angolo $NRA = XOS$, per essere i raggi VA , TO ; MR , ZO rispettivamente paralleli fra loro. E poichè il cono $OQNX$ è retto, sarà anche l'angolo $NOA = XOS$; onde $NOA = NRA$, e il triangolo NAO è eguale in tutto ad NAR . Ma il raggio incidente VA erasi riflesso in AO ; e però tirata RCO questa è perpendicolare allo specchio ed è segata per mezzo dallo specchio in C . Dunque il raggio MN riflesso in NO , come ho proposto sopra. Sicchè la positura dello specchio verticale EH , che quando il Sole è in T ne manda all'occhio O l'immagine da A , è quella medesima positura che manda da N allo stesso occhio l'immagine del Sole elevato in Z . E ciò si verifica egualmente per tutta intorno la circonferenza QNX . Dunque fra i ghiaccioni della prima Legione che si troveranno disposti verticalmente nella circonferenza QNX molti saranno in caso di rivolgere in O , riflessi dalla loro prima superficie, i raggi del Sole alto come sopra; come ve n'erano sulla circonferenza $KLSA$, quando il Sole era prossimo all'orizzonte: e quindi lo Spettatore vedrà qui pure in QNX una Fascia bianca orizzontale pari in altezza ed in larghezza del Sole.

Se gli aghi nevosi come sopra non hanno per tutto i loro lati paralleli, ma talvolta essi aghi aumentino o diminuiscano di grossezza in qualche par-

te di loro lunghezza; in tal caso la larghezza della Fascia eccederà la misura del diametro apparente del Sole; come pur qualche fiata succede.

Qualche altra rarissima fiata potrebbe avvenire, che i ghiaccioli della prima Legione, attesa qualche loro particolare struttura o circostanza, non fossero perpendicolari all'orizzonte, ma s'inclinassero tutti verso una data banda di cielo. In tal positura la fascia bianca non sarà più orizzontale ma giacerà in un piano inclinato verso dove piega la cima superiore de' spicoli. E questo debb'essere il caso osservato da Hall (a); caso unico nella storia, seppure non era anche inclinata la Fascia veduta da Scheiner nel 1629: così almeno opina il medesimo Hall, il quale crede che Hugenio guastandone il disegno l'abbia resa orizzontale.

III. Passo in terzo luogo a discorrere delle Travi, delle Righe bianche e delle Croci. Chi voglia rappresentarsi con immagine artificiale, la Fascia bianca pur ora descritta, e le varie scene del medesimo genere che possono figurare in aria, riflettendo dalla loro prima superficie la luce, i ghiaccioli diversi: costui disponga su d'una Tavoletta piana $A D B E$ (Tav.^a 8.^a fig. 22) una serie di bastoncelli o costole $A B$ di metallo pulite a specchio e parallele fra loro. Guardi poi stando in O , il lume H , per luce riflettuta dai bastoncelli $A B$; disponendo tutto in modo che il piano della riflessione $O C H$ sia perpendicolare all'asse delle costole $A B$. Nascerà in

(a) Society of Edinbourg Vol. 4. p. 173.

traverso delle costole e bastoncelli suddetti una striscia bianca luminosa D E.

Giri la Tavolozza sul suo piano all' intorno, da destra a sinistra o da sinistra a destra, e la striscia luminosa D E girerà essa pure similmente, rimauendo perpendicolare sempre ai bastoncelli A B.

Quindi se lasciata la Tavoletta al suo primo posto, si ponga in traverso ai bastoncelli A B un' altra serie diradata abbastanza d' altre simili costole, che formino coi primi suddetti un' angolo per es. di 60 gradi; comparirà distesa sul tessuto della seconda serie un' altra striscia luminosa, che incrocierà la prima, formando con essa un' angolo di 60 gradi. E nel luogo, dove s' intersecano le due strisce luminose, il lume bianco sarà più vivo che altrove, perchè ivi congiungonsi in uno i lumi delle due strisce.

Ad una semplice fila di bastoncelli appartiene la Trave lucida che si vede sull' acqua d' un lago increspata da un legger venticello, quando si guarda sulla superficie di esso lago l' immagine del Sol già cadente; fenomeno già notato anche da Tolommeo.

Quando il vero Sole A (*Tav.^a 8.^a Fig. 23.*) è assai vicino all' orizzonte O R, si vede talvolta sorgere in alto una Trave o Colonna verticale di luce DE; entro la quale alcuna più rara fiata nascono fiuti soli al di sopra, o al sotto del vero. Tali Colonne luminose in sul nascere o tramontare del Sole videro i seguenti osservatori 1. Rothmann nel 1586. (*Hugen. Vol. 2. p. 48*); 2. Hevelio nel 1674. (*Transact. N.^o 162. p. 26*), e nel 1681. (*Atti di Liscia 1682. p. 262.*); 3. Sturmio (*Ibid. 1690. p. 60.*); 4. Cassini (*Anc. Mem.*

Vol. X. p. 95., e 235.); 5. la Hire (*Acad. de Paris* 1702. p. 135.); 6. Feuillée (*Journal* Vol. 1. p. 240.); 7. Derham nel 1707. (*Transact.* N.º 350. p. 2411.); 8. Rostan (*Acad. de Paris* 1763. *Hist.* p. 17.); 9. Vorremo noi ancora aggiungervi Schmieder (*Atti di Lips.* 1714. p. 427. fig. 1.^a), e Swinton (*Transact.* 1761. p. 99.)? 10. Nel fenomeno di Wilna (*Ac. de Paris* 1763. *Hist.* p. 19.), la Trave sul Sole apparteneva al caso presente; le due dei Paregli erano porzioni d'Alone.

Le duplicate Immagini del Sole, che talvolta si videro entro di queste Colonne sopra e sotto a piccola distanza del vero Sole, furono probabilmente effetto delle *suardinarie rifrazioni orizzontali*, delle quali ci ha dato la Teoria il Sig. Biot nella sua bell' Opera intorno alle medesime (a). Ma le Travi o Colonne sopracitate sporgevano sull'orizzonte all'altezza di 10, 15, 20, e sino a 40 e più gradi, mentre il Sig. Biot dimostra che la più forte rifrazione suddetta non può arrivare ad un grado e mezzo. Tali Colonne hanno dunque origine da tutt'altra cagione: e questa è la riflessione dei raggi Solari sulle coste de' ghiacciuoli orizzontali analoga a quella della fig. 22.

Sia di fatti (*Tav. 8.^a fig. 24*) il Sole S vicinissimo all'orizzonte RZ, l'occhio O; e sieno sparsi fra ABC e l'orizzonte aghi nevosi o poliedri o cilindrici, aventi il loro asse orizzontale e tutt'insieme perpendicolare in traverso al raggio SB; o sienvi fogliuzze piate similmente disposte: truppe tutte della

(a) 4.^o Paris 1810.

seconda Legione. Lo Spettatore O vedrà nei suddetti aghi o fogliuzze la Trave eretta verticale sull'orizzonte che passerà per lo Sole e si estenderà tant'alto, quanto porta l'estendersi delle nevoſe particole da B verso C e sopra O.

Alla suddetta Legione seconda orizzontale si frammischi la Legion prima verticale, e di queste unite si formi uno strato leggero fra lo spettatore ed il vero astro. Insieme con una porzione CD della Fascia orizzontale (*Tav.^a 8.^a fig. 25.*) spiegata già nel §. II. comparirà eziandio un pezzo di Trave verticale, come sopra, AB; e nascerà quindi una Croce, al centro della quale sarà il Sole o la Luna. Come la descrissero Hevelio nel 1660 (*Hugen. p. 70.*); Cassini nel 1677 (*Anciennes Mem. Vol. X p. 91.*); un Anonimo (*Atti di Lipsia 1684. p. 100*); Schmieder (*Atti di Lipsia 1714. p. 427. fig. 2.^a*); Fouchi nel 1735 (*Mem. de. l'Acad. p. 585.*); un Capitano di Vascello (*Novi comment. Petropol. Vol. VI. p. 438.*).

La Scena medesima può aprirsi dalla banda opposta al Sole: o sieno ivi le due Legioni miste come sopra: o vi nuotino spicoli inclinati, parte a destra, parte a sinistra; o (che è lo stesso) sienvi stellette E (*Tav.^a 8.^a fig. 16.*) volgenti la faccia allo spettatore ed uno dei loro sei raggi maestri eretto allo insù. In tutti questi casi nascerà in opposizione al Sole e di pari altezza con lui un' *Antelio bianco* situato al mezzo d'una croce più o meno visibile, colle braccia più o meno inclinate fra loro ed all'orizzonte. Tali furono gli Antelj notati da Hevelio nel 1661 (*Hugen. Vol. 2. p. 38.*); da Zahn nel 1688 (*Spec. Phisico-*

Mathem. Vol. I. p. 456.); da un discepolo di Weidler nel 1739 (*Transact. N.º 454. p. 221.*); da Swinton (*Ibid. an. 1761. p. 94.*); da Baxter in America (*Ibid. an. 1787. p. 44.*); e da Lowitz (*Acta Pertopolit. 1790. p. 384.*)

Per ultimo pongasi fra il Sole già alto e lo Spettatore la sola seconda Legione di aghi orizzontali diretti col loro asse verso la banda del Sole. Su questi apparirà per semplice riflessione (che è la sola considerata in questo e nel precedente paragrafo) una striscia bianca trasversale, la quale in forza della sua prospettiva sulla volta celeste s'incurverà in un'arco volgente le gambe laterali verso il suolo; quale osservolla Hell (*Appendix ad Ephemer. an. 1777. p. 72.*).

IV. Proponiamoci in quarto luogo d'intendere l'origine de' due Paregli che risplendono colà dove l'Alone interno attraversa la Fascia bianca orizzontale. Al quale oggetto fa d'uopo esaminare la luce che passa entro e si rifrange negli aghi prismatici della prima Legione, giacchè nei due §. precedenti non abbiamo considerato che la luce ripercossa dalla loro faccia esteriore.

Posto in primo luogo il Sole non molto alto sull'orizzonte; i raggi rifratti da tali prismi torcono in maggior copia che altrove presso i 23 gradi (Lemma 3.º). Sicche mandano vivissimo il colore all'occhio que' prismi che ritti allo insù si trovano disposti convenientemente nei due luoghi A, B (*Tav.ª 8. fig. 17.*). Ivi però debbe più che mai avvivarsi lo splendore; atteso che ivi si aduna e coincide 1.º la luce della fascia orizzontale (§. XI.); 2.º la luce

dell' Alone interno (§. X.); 3.^a la luce rifratta come sopra entro gli spicoli della prima Legione. Queste tre luci congiunte e condensate in una produconvi i due Paregli qualche fiata animati da uno splendore intollerabile, i quali presentano, come l' Alone su cui giaciono, il color rosso nella faccia donde guardano il Sole.

Nel §. I. si è veduto, dipendentemente dal Lemma 3.^o, che oltre i ghiacciuoli posti in Q (*Tav.^a 8. fig. 20.*), altri ponno trovarsi in x , y , z , i quali cagionino per vie di maggior rifrazione una luce successivamente più indebolita nel discostarsi da Q. Lo stesso accadrà negli aghi ritti poliedri della 1.^a Legione, i quali si trovino sulla Fascia bianca, andando (*fig. 27.*) da A verso E, e da B verso F. Però in questi due tratti il lume sarà bensì più debole che in A, B; ma riuscirà tuttavia più forte che altrove. Si combinano in questi due tratti le medesime tre specie pur' ora indicate di luce, bensì la seconda e la terza affievolite gradatamente nello allontanarsi da A verso E, e da B verso F. Da ciò deriva la Coda che ciascuno dei due Paregli getta alla banda opposta del Sole, secondo che le circostanze favoriscono più o meno la condensazione del triplice lume suddetto al lungo della medesima coda.

V. Procediamo oltre; e vediamo in quinto luogo, per qual cagione i due Paregli suddetti appajano talvolta spostati e spinti fuori della Corona interiore.

Abbiamo nel §. precedente supposto il Sole prossimo all' orizzonte; nel qual caso il torcimento del raggio entro gli spicoli della prima Legione A B

(*Tav. 8.^a fig. 26.*) si fa press' a poco per la Sezione MN perpendicolare all' asse dei prismi. Ma quando il Sole sorge in alto, i suoi raggi vengono a traversare i suddetti aghi per una via STV , la quale diverge dalla Sezione MN d' un angolo STM pari alla elevazione apparente del Sole. In tale circostanza l' angolo della menoma rifrazione entro i prismi cresce oltre i $23.^{\circ}$ (Lemma 4.^o); onde allora i Paregli non potranno più presentarsi al luogo che abbiám loro assegnato.

Tuttavia, sinchè l' angolo STM non eccede i $15.^{\circ}$ o $20.^{\circ}$, la menoma riflessione non supera di molto i $23.^{\circ}$ (Lemma 5.^o); e i Paregli, il contorno dei quali non suol essere ben definito, rimarranno sensibilmente dove gli abbiám posti, vale a dire dove l' Alone circolare minore taglia la Fascia orizzontale.

Ma quando l' altezza del Sole STM diviene notabilmente maggiore di $20.^{\circ}$; in tal caso l' angolo della menoma rifrazione cresce di quattro, sei, e più gradi; ed altrettanto usciranno i Paregli fuor dell' Alone $ACBD$ (*Tav.^a 8.^a fig. 27.*), scostandosi da A verso E , e da B verso F .

Di fatti consultando le varie Storie di tali Meteore, dieci o undici solamente se ne incontrano, dove i Paregli sieno spostati come sopra; e in tutti questi casi il Sole era alto sull'orizzonte più di $30.$, e sino oltre i 45 gradi. Le suddette Storie sono riportate.

1.^o Nelle Transazioni Anglicane (*N.^o 13. p. 219; N.^o 278. p. 1127.; e N.^o 398. p. 257.*). Al tempo delle prime due osservazioni il Sole era alto $40.^{\circ}$ ai $46.^{\circ}$; nella 3.^a lo era più di $32.^{\circ}$.

2° Simile spostamento di Paregli osservarono Cassini (*Ancien. Mem. Vol. X. p. 646.*), e più recentemente Hamilton (*Transact. of Irish Acad. 1787. p. 23.*); mentre il Sole avea circa 39.° d'altezza.

3° Lo stesso fenomeno vide Epino replicarsi tre volte (*Novi Comm. Petrop. Vol. VIII. p. 593.*), e dalla descrizione ch' Ei fa del secondo Alone più ampio si vede, che il vero Sole era elevato oltre i 41.°

4° Nella osservazione di Wagner (*Miscell. Berolin. Vol. 6. p. 253.*) i due Paregli erano fuor dell' Alone, e il Sole alto oltre ai 43.°

5° Nella Meteora descritta da Lowitz (*Acta Petrop. 1790. p. 384.*), i Paregli erano la mattina sulla circonferenza dell' Alone interno; ma ne uscirono e se ne discostarono, mentre il Sole andò montando all'altezza di 40. e più gradi. Simile cambiamento raccontasi avvenuto da Mariotte (*Oeuvres Vol. I. p. 240.*). ;

6° Anche nella relazione di Scheiner del 1630. (*Hugen. p. 68*) si comprende che i due Paregli nostri erano situati sul segmento esteriore dell' Alone, e il Sole montò, durante il Fenomeno, dai 30.° ai 36.°.

Per lo contrario in quelle Storie, nelle quali è detto chiaro, che l'altezza del Sole era o minore o non maggiore sensibilmente di 20.°, non è notato mai che i due Paregli in quistione apparissero fuor del contorno dell' Alone interno e più lontani di esso dal Sole. Tali Storie sono le seguenti.

1° Quattro di Hevelio a Danzica nel 1660., ed una di Kechelio a Leiden nel 1651. (*Hugen. p. 69, 70*).

2° Nelle Transazioni Inglesi. (*N.° 251. p. 826.*;

N.° 262. p. 535.; N.° 369. p. 271.; N.° 445. p. 54. e 59.; N.° 489. p. 524.)

3.° Nell'Accademia delle Scienze di Parigi. (*Ancien. Mem. Vol. X. p. 400.; e p. 584. lin. 26. Hist. 1773. p. 67. Mem. 1721. p. 231.; 1734. p. 89., e 585.*)

4.° Tre osservazioni di Paregli fatte a Pietroburgo da Krafft. (*Comment. Petropol. Vol. IX. p. 354.*)

5.° Due osservazioni di Mallet. (*Atti di Svezia 1763. N.° 6.*)

6.° Una di Vedries. (*Atti di Lipsia 1726. p. 222*)

Questa corrispondenza costante fra l'altezza del Sole e il posto dei due Paregli diventa un valido argomento a favore della spiegazione che di que' finti Soli ho proposta.

VI. Per sesto articolo del nostro Esame vengano in campo gli archi eccentrici rovesciati che toccano la Corona interiore nella cima e nel fondo. Negli aghi gelati esaedri (prendo questa forma per più facile intelligenza) non sappiamo finora con certezza, quanto s'inclinino fra loro nel vertice le facce opposte della piramide che termina i suddetti aghi onde formar loro la punta. Assumerò tale angolo di 120.° come il più coerente a quanto conosciamo intorno alla cristallizzazione del ghiaccio.

Sia il Prisma di ghiaccio BM (*Tav. 8.^a fig. 27.*) esaedro, ritto sul pavimento orizzontale, e terminato nel suo vertice dalla piramide indicata sopra ABCDEFG. Avrà dunque la faccia ACD l'inclinazione di 60.° sopra la faccia a lei opposta del prisma G H N F; e lo stesso dicasi dell'altre rispettivamente. Il Sole alto sull'orizzonte circa 25. gradi vi-

bri i suoi raggi perpendicolari al lato CD posto dirimpetto al Sole medesimo. Uno di questi raggi RS vada a percolare la faccia ACD : rifratto nell'entrare per S , e nell'uscire per la faccia opposta, volgerà dalla sua prima direzione per un'angolo minore di 24° , e andrà a disegnare sul pavimento l'immagine colorata Y .

Vadano ora dal Sole due altri raggi PQ ; TV paralleli ad RS a rifrangersi nelle due facce ACB , ADE contigue alla prima ACD . Questi due raggi cadendo assai obliqui sulle facce loro assegnate sono rifratti entro il prisma d'una quantità notabilmente maggiore di 24° (Lemma 2.^o); e però gettano sul pavimento le due immagini X , Z , disposte sul contorno d'un'arco XYZ , che volge la sua concavità verso il prisma. Movendo il prisma intorno al suo asse, le tre immagini girano più o meno non molto lungi dall'arco medesimo. Si riempia d'acqua un simile prisma formato con lamine di vetro, e se ne vedrà in pratica l'effetto.

Chi sa che nelle esperienze artificiali dell'Iride l'immagine prismatica prodotta da due rifrazioni ed una riflessione entro una sfera d'acqua si dipinge sopra d'un piano in situazione ed in senso opposto a quello in che la vede sulla sfera stessa l'occhio applicato nel sito dell'immagine suddetta: chi sa ciò, comprenderà facilmente, che se si vuole far vedere all'occhio posto in Y tutte ad un tempo, le tre immagini X , Y , Z al luogo de' loro raggi rispettivi, conviene descrivere in aria, per lo vertice A un arco KAO posto in situazione rovescia di XYZ , e

disporre in esso arco KAO le punte superiori d'altri prismi simili e similmente posti al prisma BM.

Questo è l'arco orizzontale RCS (*Tav.^a 7.^a fig. 27.*) che tocca l'Alone colla sua convessità tinta in rosso; quale debb'esserlo, formata essendo, come sopra, dalle punte superiori degli spicoli verticali della Legione prima. Le punte inferiori di altri eguali spicoli producono un'eguale arco rovesciato in D.

Quindici gradi più o meno dei 25., nella elevazione del Sole sull'orizzonte, non inducono molta diversità nella situazione dei due archi suddetti.

XVI. Fa d'uopo in settimo luogo spiegar come talvolta la Corona interiore ADBE (*Tav.^a 8.^a fig. 28.*) sia circonscritta da un secondo Alone più o meno completo AQBR che la tocca alla cima ed al fondo in A, B, poi discostasene lateralmente in guisa di rappresentare, quand'è completo, una tal quale forma di Elissi, la quale abbia il suo asse maggiore orizzontale in QR. Chiamo qui in soccorso le rifrazioni che possono farsi entro gli spicoli della seconda Legione paralleli all'orizzonte; le quali non abbiamo finora considerate.

Sia l'occhio O; il raggio del Sole SO, al quale sia perpendicolare la suddetta corona circolare ADBE formata dai ghiaccioli della terza Legione (§. X.). Se noi poniamo in A spicoli orizzontali coll'asse disteso lungo il piano della corona, girati opportunamente sul loro asse così disteso, manderanno, torcendola ventitrè gradi, la luce del Sole all'occhio, ed aumenteranno con ciò lo splendore dell'Alone

al suo vertice in A. Per tutto il restante quarto di circonferenza da A ad E, voi non riuscirete a disporvi i suddetti aghi della seconda Legione (orizzontali) in modo che rivolgano ad O per la via della minima rifrazione i raggi paralleli ad SC.

Bensi potrete per es. sulla retta CIH situare un prisma orizzontale, che rifrangà la luce verso O; ma l'asse di tale prisma dovrà esser posto obbliquo al piano dell' Alone e però anche ai raggi del Sole; e quindi produrrà un'angolo di rifrazione maggiore di 23. (Lemina 4.^o); però sarà duopo allontanare il suddetto prisma vieppiù da C, portandolo per es. in H, tanto quanto porta l'aumentato angolo di rifrazione. Quanto più discendiamo da A verso E, per es. in L, maggiore sempre più diviene l'obliquità del prisma come sopra capace di rivolgere la luce in O; sicchè farà duopo metterlo ancor più lontano da C, e sarà $KL > HI$; e così di seguito discendendo.

Disponendo in tal guisa lungo il contorno AHKR gli spicoli della seconda Legione, non intendo che tutta la Legione far debba un simile esercizio; ma intendo solo, fra le migliaja d' aghi orizzontali che la compongono, far notare quelli che possono avere un effetto utile riguardo all' occhio O.

La serie di tali prismi orizzontali, disposti come sopra, produce l' Alone A Q B R, il quale à l' asse orizzontale Q R tanto maggiore di A B ossia D E, quanto può importare l' aumentato angolo di rifrazione in discendendo da A sino a R, od a Q.

In questa discesa, l' obliquità dei prismi, soprattutto a Sole basso, può crescer tanto, che anche pri-

ma di giungere in Q non dienno più luce bastante a colorire un Alone. Nel qual caso non resterà sensibile che la parte superiore T A H dell' Alone allargato; ossia l'arco VCX (*Tav.^a 8. fig. 15.*). Ma due circostanze ponno diminuire tale obblività, ed altresì compiendo l' Alone Ellittico diminuire la lunghezza dell' asse Q R. Sono queste 1.^o Se il Sole sia molto alto sull' orizzonte. 2.^o Se nell' aria si trovino spiccoli non esattamente orizzontali, ma che levino un poco la testa dalla banda dell' occhio, restando per conseguenza più basso l' altro loro estremo che guarda dalla banda del Sole.

Le Storie dell' Alone ellittico più o meno completo sono press' a poco le medesime con quelle de' Paregli portati fuori della Corona circolare, riferite sopra nel §. XIV. Posso aggiungervene tre altre, ma senza Paregli, che sono riportate nelle Transazioni Anglicane (*N.^o 60. p. 1065.; e 1761. p. 3.*) e nel *Commercium Liter. Lipsiens. Vol. 1. p. 308.*). In tutti questi casi l' Astro era molto elevato sull' orizzonte, e quindi poteva formarsi con maggiore facilità più o meno completo l' Alone suddetto, conforme a quanto ho avvertito pur ora.

In C (*Tav.^a 8.^a fig. 17.*) si congiungono e condensano insieme le tre luci. 1.^o dell' Alone circolare (§. X.); 2.^o dell' arco rovescio R C S (§. XV.) 3.^o dell' arco allargato V C Y. Da questa unione di tre lumi si genera in C un Pareglio allungato orizzontalmente per la linea di contatto di tre archi, e per lo più mal terminato. Lo stesso accade in D, quando il Sole è alto abbastanza per tirare que-

sto punto fuori dei vapori della bassa atmosfera.

XVII. L'ottava nostra indagine riguarderà la Corona esteriore più ampia, il diametro della quale suol essere 90 in 100 gradi, vale a dire doppio di quello della Corona interiore. Noi possiamo ottenerla, sia coi soli semplici ghiaccioli della terza Legion tumultaria, sia combinandone i loro angoli insieme a due a due.

Si consideri in primo luogo un semplice ghiacciolo col suo angolo consueto di 60 gradi. Nella *Tav.^a 8.^a fig. 20.* abbiám veduto (§. I.), che la menoma rifrazione QO produce l'Alone interno col semidiametro apparente QT di 23° . Abbiám veduto inoltre, che altre rifrazioni maggiori produconsi in x , y , z ; ma che ivi mescolandosi i colori delle rifrazioni contigue fra loro, tutto si ripristina in un colore bianchiccio. Or se si calcoli il limite esterno R di tali rifrazioni successivamente aumentate, si troverà l'angolo ROS di 45 gradi circa. Poichè dunque al di là di R non sono più rifrazioni, che possano volgere in O i raggi paralleli ad SO , i colori in R non possono più distruggersi vicendevolmente; e però comparir debbe nel cerchio descritto dal punto R intorno a T il secondo Alone esteriore, col semidiametro TR doppio all'incirca di TQ ; ossia l'Alone $CEHF$ (*Tav.^a 8.^a fig. 17.*).

In secondo luogo sia (*nella Tav.^a 8.^a fig. 29.*) disegnata la sezione d'uno degli Esaedri a fortificazione K (*Tav.^a 8.^a fig. 16.*). Gli angoli sporgenti A , B , C &c. saranno più o meno acuti, secondo che l'intervallo fra le righe maestre EX , DX &c. sarà stato più o meno riempito dalle piume intermedie. Assumerò tali angoli di 55° in 58° ; onde soddisfare

con maggior precisione all'intento. Ma non uscirà molto di strada, chi li voglia perfezionati già interamente e ridotti ai sessanta gradi.

Cadano sulla sezione suddetta i raggi del Sole paralleli ad uno dei diametri P M. Prendasi

$CH = \frac{1}{2} CM$; $AK = \frac{1}{4} AN$; $TN = \frac{3}{20} AN$; e resterà

$KT = \frac{3}{5} AN$; tutto per un incirca, non avendo

noi bisogno d'una minuta e rigorosa esattezza matematica. Il calcolo e l'esperienza insegnano 1.° Che i raggi del Sole i quali paralleli ad MP entrano nelle due porzioni HM, KA appartengono alla Corona interiore più stretta, e non sono qui da considerarsi. 2.° I raggi che entrano per CH e TN, sono interrotti dalle successive facce della stelletta in maniera di restarsene sparuti ed inoperosi. 3.° I raggi poi che cadono in KT dopo essere stati rifratti dalla punta NAO, entrano nella susseguente OFP, e da questa rifratti nuovamente volgono sempre più a destra l'immagine colorata, deviando 46.° in 50.° dalla loro direzione primitiva GK, ossia MP. Le due punte QDR, PEQ torcono per egual maniera a sinistra i raggi che cadon su d'esse.

Sei sono le positure della stelletta riguardo alla irradiazione GK capaci di produrre l'immagine colorata Z; e sono quelle nelle quali GH è parallelo ad uno de' sei semidiametri XM, XR &c. Ogni altra positura che si allontani sensibilmente da tale parallelismo, od affievolisce estremamente, o scancela affatto l'immagine Z.

Se fra la moltitudine innumerabile de' ghiacciuoli della terza Legione, siavi una quantità sufficiente di tali esaedri a fortificazione disposti come sopra; quelli fra loro, che si troveranno sulla circonferenza $GEHF$ (*Tav.^a 8.^a fig. 17*) vi dipingeranno l'Alone di 90. in 100. gradi di diametro.

Oltre la descritta ora, sonovi altre forme e composizioni di ghiacciuoli della terza Legione capaci di produrre il medesimo effetto. Possono le due doppie rifrazioni successive farsi in due piume vicine fra loro delle stellette C, D, F (*fig. 16.*). Possono ottenersi dalle coste contigue esteriori di due fogli eguali $E, o G$ quando collandosi l'un sopra l'altro accrescono poco a poco la loro altezza per formarsi in Pilastri L . Pono essere generate da una fortuita conveniente giacitura di due prismi vicini fra loro.... Nella copia soprabbondante della terza Legion tumultuaria non mancano adunque mezzi per produrre la Corona esteriore più ampia.

Gli esaedri a fortificazione K, L (*fig. 16.*), e le composizioni testè enunziate, se sieno perpendicolari all'orizzonte, cagionar possono i due Paregli E, F (*fig. 17.*), per analogia a quanto si è detto nel §. XIII.

E per ultimo riddoppiando le rifrazioni della punta degli spicoli A, K (*fig. 16.*) otterremo l'arco PGQ (*fig. 17.*).

XVIII. Otto sole istorie conosco dei due Paregli I, K (*fig. 17.*); le quali o tacciono la distanza angolare di essi Paregli del Sole, o non convengono fra loro nel determinarla. Tacciono la di-

stanza da I ad S Scheiner nel 1629 (*Hugen. tom. 2. p. 12.*), e l'Anonimo (*Transact. N.º 13. p. 219.*). Baxter sembra fissarla di 80 gradi (*Transact. 1787 N.º VIII.*); Hevelio la pone di 90 (*Hugen.-p. 38.*); l'Anonimo (*Atti di Lipsia 1684.*) di 120; Mallet (*Atti di Svezia 1763. N.º 6.*) la porta intorno ai 125; e maggiore eziandio sembra che fosse la osservata da Whiston (*Transact. N.º 398. p. 257.*).

Hugenio spiega questi due Paregli col mezzo de' suoi cilindri verticali, entro i quali conduce il raggio per una via conforme a quella che produce il comune arco baleno. Se ciò fosse; in primo luogo dovrebbero que' Paregli comparir colorati, lo che nissuno osservatore à detto mai; Scheinero anzi li dichiara *bianchi al pari del latte e del puro argento*, e tali pure li attestano Hevelio, Wisthon ed altri. Oltre di ciò l'idea d'Hugenio importerebbe che la distanza angolare fra essi Paregli ed il Sole pari a quella dell'Iride primaria dal Sole stesso, non fosse mai minore di 136 gradi; lo che si oppone a tutte le sovrapposte misure. Onde neppur questo pensiero d'Hugenio può sostenersi.

Si può sospettare, che se non tutti, la più parte almeno de' Paregli in quistione sieno effetto di righe del genere spiegato nel §. XII., colà dove queste s'incrociano colla fascia orizzontale. Tali righe trasversali sono chiaramente disegnate nella osservazione d'Hevelio, e producono i due Paregli bianchi ivi appunto dov'esse tagliano la Fascia. Che se in altre Storie non ne vien fatta menzione, forse è ciò accaduto, perchè fuori della Fascia non erano esse

righe abbastanza luminose per eccitare l'attenzione de' riguardanti. Lowitz per es. che descrive due di tali righe, confessa ch' ebbe molta pena a farle notare dagli altri Spettatori presenti.

XVIII. Conchiudo con alcune riflessioni destinate a vie maggiormente illustrare l' argomento in generale.

1.^o Gli Osservatori notano spesso, che le nuvole comuni passano d'avanti agli Aloni e li coprono; e v'è chi nota di non aver mai veduto nubi al di là degli Aloni (*Dufay Ac. des Sc. 1735. p. 96.*). Però è d'uopo dire, che tali meteore si generano nella regione più elevata dell' atmosfera, la quale è anche per l' ordinario fredda ai gradi del gelo.

2.^o Non conviene lasciarci illudere da nostri occhi a segno di immaginare, che i ghiacciuoli sieno sempre in quel piano, sul quale sembra a noi disegnato lo spettacolo. Sia (*Tav.^a 8.^a fig. 30.*) S il Sole; O lo spettatore; A M B N l' Alone, il piano di cui comparisce perpendicolare al raggio S C O. Descrivasi per es. in un piano parallelo all' orizzonte l' ellissi D F E H rappresentante la prospettiva del cerchio A M B N veduto da O. Che le Legioni degli spicoli sieno distribuite sul cerchio A M B N, che lo sieno sulla Ellissi D F E H, o che sieno sparse per qualunque altra banda della superficie del Cono O A M B N; sorgerà sempre nella nostra immaginazione che qui non conosce le distanze, l' idea d' un Alone posto in A B e perpendicolare al raggio S O

3.^o Le molecole gelate possono talvolta distribuirsi in piccoli branchi separati fra loro e sparsi qua e

là per l'atmosfera, come alcuna fiata si veggono divise e spezzate in piccole macchie le nubi. Comparirà allora sul Cielo solamente un qualche frammento de' cerchi luminosi, un qualche Parello solitario ivi dove alcuna di tali coorti con poco numero di ghiaccioli s'imbattano in positura opportuna riguardo al nostr'occhio. Lo stesso può accadere per cagion delle nubi che coprano ed offuschino parte delle molecole gelate, e lascino agir l'altra. Avverrà eziandio che manchino in aria or l'una or l'altra delle Legioni e delle forme di spicoli necessarie a produrre or questa or quella parte dell'intero spettacolo. All'una od all'altra di queste circostanze appartengono i fenomeni di tali meteore affatto incompleti e ricordati nelle *Transaz. N.º 272. p. 89.*, e *N.º 445. p. 52.*; *Anciennes Mem. Vol. 10. p. 68.*; *Wegner Acta Lipsiens. 1727. p. 37. Histoir. de l'Acad. 1735. p. 92. e segu.*; *1753. p. 75.*, e *1755. p. 37. &c.* Tutto insieme ben ponderato, non è affatto estranea nè fuor di proposito l'opinione di Mairan e di Maraldi (*Acad. des Scienc. Hist. 1721. p. 8.*; e *Memoir. 1735. p. 97.*); le varie comparse de' Paregli &c. non essere in sostanza altro che parti d'uno stesso fenomeno il quale noi non sogliamo vedere per intero, ma solamente in pezzi più o meno separati, secondo che più o meno opportune trovansi nell'atmosfera le materie che debbono rappresentarlo.

4º Se i ghiaccioli per l'aria si estendano in uno strato uniforme sopra un ampio tratto di Paesi, e il loro sovrverchio addensamento o le nubi inferiori non ne impediscano in qualche luogo l'effetto: la

stessa meteora si presenterà in più città lontane fra loro ad un tempo, replicandosi allo sguardo di ciascuno osservatore, come l'Iride si moltiplica a misura dei moltiplicati risguardanti; sicché ognun vegga la sua scena, uniforme quanto all'apparenza, ma separata di luogo e di cagione quanto alla individualità delle gelate particelle. Così per es. una di queste Meteore fu veduta in Germania nel 1684 contemporaneamente da Erfurt sino a Breslavia, e da Dresda fino ad Halla.

5.° Nelle Cristallizzazioni la natura tende è vero ad una forma determinata e costante; ma i suoi lavori non si assoggettano sempre con rigore geometrico a tutta quella precisione, in che i Naturalisti rinchiudono le loro dottrine. Non fia però meraviglia, se anche nei cristalli nevosi dell'atmosfera succedono aberrazioni di qua o di là dei modelli prescritti dalla Teoria: e se quindi i Paregli e i loro Anelli deviano talvolta di qualche grado in più od in meno da quelle misure che abbiain loro assegnato. Come nel Civile, così nel Fisico la Legge sovente non può percolere se non il generale, e quello che più comunemente ritorna.

6.° Il calore del Sole o dell'atmosfera opera sui ghiacciuoli, e se mai ne fonde poco a poco le coste, riuscirà a deformarne gli angoli in guisa, che essi rifrangano susseguentemente la luce per un'angolo diverso da quello, in che la torcevano da principio. Può secondo questa foggia interpretarsi l'osservazione di Musschenbroeck (*Mém. de l'Ac. des Sciences de Paris 1735. p. 88.*), nella quale dalle dieci ore della

mattina a mezzodi l'Alone diminui poco a poco il suo diametro dai 46.° ai 37.° e poi svani.

7.° L'aria facendo oscillare i ghiacciuoli, e trasportando i loro strati diversi è cagione, che le varie parti dello spettacolo ora svaniscono ed or tornano in mostra, or crescono ed ora scemano di splendore; e per un quasi tormento ed agitazione continua rendono mobile ed incostante la scena.

8.° Compiuta è l'opera; nel costruire la quale non oso lusingarmi d'aver sempre colpito nel segno. Ma coi principj stabiliti sopra così gran numero di fenomeni rimane così felicemente spiegato, che se anche avessi in qualche minor parte deviato dal cammino del vero, non dovrebbe ciò ascriversi a difetto di solidità nei principj medesimi, ma sibbene a mia poca sagacità nell'applicarli alle varie particolari circostanze. Altri più destro o più felice di me, rian- dando le stesse orme, saprà correggere ove sia errore, supplire ove trovisi mancamento.

FINE DELL' IRIDE, DEGLI ALONI etc.

APPENDICE INTORNO ALL' OTTICA DI TOLOMMEO.

Il primo dei *Commentarj* di questo Volume era già, nella sua integrità presente, sin dal principio del 1811 deposto negli Atti dell' Istituto nostro di Scienze &c., e destinato a stamparsi; quando il Chiar. Sig. Delambre diede Egli pure nel decorso di quell' anno all' Istituto di Francia un' Indicazione dell' *Ottica* di Tolommeo.

L' Estratto, che della medesima Opera ho esposto nel terzo Articolo del suddetto *Commentario*, è ricavato non dal solo Codice Colbertino di Parigi, che il Sig. Delambre con ragione accusa d'essere scorrettissimo e difficilmente intelligibile, ma inoltre da un altro assai miglior Codice della Biblioteca Ambrosiana di Milano.

Le Tavole della Rifrazione recate da Tolommeo e riferite in quest' ultimo Codice concordano interamente con le corrispondenti già stampate di Vitellone; onde le diversità che Delambre à notato fra i numeri dei suddetti due Autori, e delle quali à creduto dover formare due Tavole separate, nascono tutte dagli errori del Codice Colbertino.

La parola *Planta*, che Delambre trova strana nel Codice di Parigi, leggesi in quello di Milano *Planca*, vocabolo citato da Festo; e significa la tavoletta o lamina piana di rame, sulla quale eran segnate le divisioni del cerchio destinato a misurare la riflessione e la rifrazione de' raggi.

Con ragione Delambre à contato fra gli errori del suo Codice l' aver fatto dire a Tolommeo, che *gli occhi concavi veggono meglio da vicino*. Il Codice Ambrosiano porta: „ Qui habent oculos concavos vident a majori distantia ...

„cujus causa est virtus visibilis quæ fit propter *coarctationem*; cum enim processio fuerit ex angustis locis, pro-
 „tenditur visus et elongatur.“ Parla Tolommeo di coloro
 che hanno gli occhi ritirati e sepolti entro la concavità del
 cranio; e non ha fatto qui che copiare la dottrina di Ari-
 stotele (De gener. animal. Lib. V. c. 1. in fine; e Problem.
 Sect. 12. Probl. 16.).

Affinchè non nascesse mai qualche equivoco dal cenno,
 che il Sig. Delambre dà delle *tre passioni della vista* descritte
 da Tolommeo; pongo qui per esteso quel passo, che ser-
 ve d'introduzione agli errori appartenenti in proprio al sen-
 timento della Vista. „Cum igitur jam consideraverimus fal-
 „lacias visus et diviserimus eas in illam quæ fit ex passio-
 „ne quam diximus propriam esse visui, et illam quæ fit ex
 „consideratione (*dalla riflessione della mente*), exponamus
 „unamquamque semotim in singulis rebus videndis quæ il-
 „las suscipiunt. Sed loquamur prius de his quæ fiunt in
 „passione; dicentes quod passionum quæ accidunt visui
 „aliæ sunt coloratio, aliæ fractio, aliæ revolutio. Illud
 „enim quod naturale et de consuetudine inest visui, est
 „incidere eum super res videndas purum existentem, et
 „recte aspicientem, et ordinationem utrorumque visibilium
 „conorum (*nei due occhi*) esse consimilem. Coloratio au-
 „tem est privatio puritatis; fractio est privatio videndi rem
 „recte; revolutio est privatio similitudinis ordinationis (*Il*
 „*Traduttore Latino à posto privatio per quello che noi chia-*
 „*miamo difetto*). Uniuscujusque autem istorum sunt duæ
 „species. Colorationis enim alia est præcedens, alia subse-
 „quens: præcedens quidem est quæ fit ante rem videndam
 „(*quando per es. guarda l'oggetto attraverso un vetro co-*
 „*lorato*), subsequens autem quæ fit post rem videndam.
 „Fractionis autem alia est flexio (*rifrazione*), et alia rever-
 „beratio (*riflessione*)... Revolutionis (*il rivolgimento degli*
 „*assi ottici*) quoque alia est præcedens et alia subsequens;
 „præcedens quidem est conjunctio axium ante rem videndam;

„subsequens est conjunctio axium retro rem videndam“. Tolommeo entra così a descrivere partitamente gli errori che accadono in forza delle suddette perturbazioni o difetti nelle passioni ossia affezioni della vista; e sono quelli che ho indicati a pag. 38 e 39. Ivi, allorchè gli fo dire, che talvolta *le cose più alte ci pajon più basse*; cio si riferisce *alle Isole sormontate da nube rossa*, le quali essendo vedute per riflessione sotto alla superficie del mare, l'immagine della nube vi comparisce anche più bassa dell'immagine dell'Isole.

Io avea procurato di ridurre in uno stile latino meno rozzo la Traduzione di tutta l'Opera di Tolommeo fornitaci dai due Codici, proponendomi di stamparla per intero; e potrei fors'anche eseguire il mio proposito; ma per ora giudicai che l'Estratto della medesima bastar dovesse alla curiosità dei Dotti: esso è più copioso (se l'amor proprio non m'inganna) di quello dell'altronde estimabilissimo Astronomo Parigino; ed allorchè non riporto per esteso le dimostrazioni di Tolommeo, cito frattanto le corrispondenti di Euclide di Alhazeno di Vitellonè; il quale ultimo certamente le ha ricopiate.

Avendo letto in Basilea un MS.^{to} tradotto pure dall'Arabo di Jacopo Alkindi, *de aspectibus*; mi è senbrato di poter congetturare, che tale Operetta (di non molto merito) sia ricavata dal primo Libro a noi mancante dell'Ottica di Tolommeo. In questo primo Libro il Sig. Delambre ed io abbiain già avvertito, che dopo essersi stabilita l'opinione dei raggi visuali vibrati fuori dall'occhio, di essi formavasi un confronto coi raggi della luce: ora il medesimo appunto è lo scopo principale del Trattato d'Alkindi.

Assume Egli che la luce va per linee rette, e che esce da ogni punto della superficie del corpo luminoso, come altrettanti raggi vibrati da un centro di sfera all'intorno; e

questo assunto lo prova in gran parte colla forma e direzione dell'ombre dei corpi, che Vitellone altresì considera (Lib. 2. §. 9, 10, 17. 24.). Alkindi con ciò istituisce il paragone fra i raggi della luce, ed i supposti da lui raggi visorj lanciati fuori dell'occhio; e trova. 1.° Che ambedue queste specie di raggi sono rettilinee. 2.° Che ambedue se ne vanno dal punto di loro origine divergendo in guisa di cono. 3.° Come la luce più addensata e più forte rende più chiaro un' oggetto; così l'occhio vede meglio quel corpo sul quale può gettare i suoi raggi più vigorosi e concentrati in maggior numero. 4.° E siccome la luce per es. d'una candela illumina più vivamente l'oggetto prossimo alla medesima, che non quando è discosto; del pari l'occhio imprime più efficace la sua virtù visiva sopra un corpo vicino, che sul medesimo allontanato. 5.° Simile ad un segmento sferico luminoso, la parte anteriore dell'occhio lancia da qualunque suo punto i suoi raggi visuali tutt'all'intorno in isfera; quindi al lungo dell'Asse ottico vanno tali raggi a percuotere in maggior numero; e perciò la vista al lungo di quell'Asse riesce più forte che per tutt'altrove lateralmente allontanandosi dal medesimo asse. 6.° Come la luce, così anche i raggi visorj sono ripercossi dallo specchio sì piano che curvo sotto un'angolo d'incidenza eguale a quello di riflessione.

Congiungendo insieme il sin qui detto da Alkindi con quanto ho citato sopra a p. 3a. da Eliodoro e da Simplicio; si riunirebbe forse la più parte di quanto avea Tolomaeo insegnato nel suo primo libro, intorno al paragone da Lui istituito fra i raggi della luce, ed i visorj dell'occhio.

Ho letto eziandio il Trattato ottico di Tideo altro Scrittore Arabo, il quale è anche più meschino di quello d'Alkindi.

Passiamo a discorrere d'Athazeno. La Distribuzione generale della sua Opera, infinitamente più solida di quelle

dei due precedenti, va parallela con quella di Tolommeo. Gli Istromenti destinati all'esperienze sono press'a poco i medesimi in ambidue questi Autori; se non che Alhazeno suol descriverli con più minutezza ed operosità: per es. ove parla della Tavola destinata ad osservarvi sopra la collineazione dei due Assi ottici, di che ho parlato a pag. 45, e che (come vedremo fra poco) Tolommeo indica appena, Alhazeno avverte per sino di fare nell'orlo di essa Tavola un incavo per addatarvi il naso dell'osservatore. L'Ottico Alessandrino, dopo avere spiegato i fenomeni degli specchi piani e degli sferici, accenna sol di volo, siccome assai meno importanti, gli specchi cilindrici e i conici (sopra a pag. 51), facendo riflettere come possa la Teoria di questi ultimi dedursi con facilità da quella dei primi: ma per contrario Alhazeno si occupa a dimostrare e lungamente e partitamente anche le proprietà degli ultimi suddetti sì convessi che concavi. E in generale Questi con ragione viene tacciato di scrivere con una diffusione e prolissità faticante o di che Vitellone l'accusa, *verbosità*. In compenso di ciò fa d'uopo rendergli il dovuto onore, e concedere; che se mai, come sospetta dopo averli letti ambidue, anche Rogero Bacone, se mai Tolommeo fu il suo Esemplare, Alhazeno lo ha in molte parti corretto, ampliato, superato.

Egli ha corretto il suo Antecessore sopra tutto in riguardo alla base fondamentale dell'Ottica, mentre à nel suo primo libro con validi argomenti provato, che il proporre linee o raggi visuali i quali escan dell'occhio è *un dir nulla*, e quindi che tali linee radiali vibrato fuori dall'occhio sono linee immaginarie (§. 30). Confessa d'aver preso dagli Anatomici e dai Medici la descrizione delle interne parti e lesioni dell'occhio (§. 13. 16. 27.). Ripone la facoltà di vedere, cogli antichi Medici, nell'umor cristallino, sul quale conduce dai corpi esterni i raggi della luce a trafiggerlo. Non osò prolungare essi raggi sino a percolere immediatamente la Retina, sgomentatosi dal riflettere che in tal

caso gli oggetti si sarebbero rovesciati (Lib. 2. §. 2.).

Nel II.^o e nel III.^o libro Alhazeno (come Tolommeo nel suo II.^o) spiega le varie idee che nascono in noi dal sentimento della vista, e gli errori che commettiamo in riguardando. Considera, come Tolommeo, sole sensazioni primitive dell'occhio *la luce ed il colore*: ma Egli è incomparabilmente più copioso, più preciso e più vero di quel primo Scrittore, dove si occupa a dimostrare, come sian riusciti a portare i colori fuori di noi, e come l'esperienza la riflessione il raziocinio l'abitudine entrino a modificare le sensazioni dell'occhio, a contemperarle insieme, e a distribuirle nella scena del mondo esteriore. Merita in riguardo a ciò di venir chiamato il precursore; se non anche il maestro de' più recenti Metafisici che illustrato hanno il medesimo argomento. Parlando della *Bellezza* degli oggetti visibili trova che la luce e i colori sono belli *per se*, le figure poi sono belle per la *proporzione e la varietà* (Lib. 2. § 59.); di che niente meglio si sa dire a di nostri. Cita per occasione gli scherzi dell'ombre che si movono sopra una tela trasparente, messe in moto dai giocolieri (Lib. 3. § 21.).

Il IV.^o Libro di Alhazeno stabilisce i primi fondamenti della riflessione della luce nelle varie forme di specchi, e quelli poi nel V.^o e nel VI.^o vengono applicati alla Teoria delle immagini vedute nei medesimi specchi. I fondamenti sono gli stessi con gli esposti da Tolommeo (sopra a p. 43.); sostituendo sempre i raggi fisici e veri agli immaginari dell'occhio. Per intender come uno specchio rifletta la luce, reca ad esempio il rimbalzare che fa il corpo elastico gittato contro d'un piano resistente: ed a spiegare questo rimbalzo, quando è obliquio; il N. A. risolve il moto del corpo così lanciato in due altri movimenti, l'uno perpendicolare, e l'altro parallelo al piano resistente; appunto come lo risolvono anche i Meccanici d'oggi. La quale maniera di spiegare la riflessione della luce, dic' Egli, *a me solo finora si appalesò* (Lib. IV. §. 18.). Col soccorso di nove succes-

sive Proposizioni (Lib. V. §. 31... 39.) va investigando come, dati di posizione l'occhio l'oggetto e lo specchio convesso sferico, si trovi il punto di riflessione: Problema non toccato da Tolommeo, e sviluppato poi egregiamente da Hugenio e da Kaestner (a); il quale condanna, dopo Barrow, Alhazeno di una orribile ed oscura prolissità, „della quale „chi riesce a divorare la noja trova che gli rimane ancora „l'intero problema da sciogliere“. E nel Lib. VI. §. 6., dopo avere, con una Dimostrazione dilungata in sei eterne pagine in folio, cercato di provare che nello specchio convesso talvolta l'Immagine è eguale od anche maggior dell'oggetto, conchiude: „la quale spiegazione non ho letta in „alcuno scritto, nè ho sentito che alcuno l'abbia mai in „tesa o riferita“.

Nel libro settimo tratta della Rifrazione sulle tracce di Tolommeo; dichiarando trattando di sua propria scoperta la seguente osservazione (§. 37): Pongasi la costa d'un ago contro e presso la pupilla dell'occhio; quest'ago non toglie che l'occhio non venga per intero il muro a lui posto in faccia; soltanto gli comparisce un po' men lucida la parte di esso muro che rimane in dirittura dell'ago. Da tale fenomeno Alhazeno conchiude, che l'occhio non vede solamente col mezzo di raggi continuati direttamente dall'oggetto all'umor cristallino; ma vede eziandio, bensì un po' men chiaro, per mezzo di raggi rifratti obliquamente entro dell'occhio: Cosa, soggiunge il N. A., *non detta da nessuno degli antichi*.

Il dichiarare Alhazeno varie delle sopraenunziate scoperte per sue, fa presumere in lui la coscienza d'aver egli ricavato, quanto alla sostanza almeno, le altre Teorie dagli ottici che lo avevano preceduto. Dico *quanto alla sostanza*; perchè la condotta delle dimostrazioni, e le molte illustra-

(a) Novi Comment. Gotting. Vol. 7. p. 92.

zioni, e il minuto andamento dell'opera sono certamente lavoro tutto suo proprio. Lo che non si potrebbe dire egualmente di Vitellone.

Non sarà forse discaro ai Leggitori d'aver qui in fine un esempio della maniera, con cui Tolommeo tratta le cose ottiche, non meno che dello stile del suo Traduttore Latino intorno al *tao*. Questi si difende nella prefazione, sulla difficoltà grave che s'incontra a trasportare dall'Arabo nel Latino, attesa la somma distanza che passa fra le parole e la natura delle due Lingue. Lo squarcio seguente contiene la massima parte di quanto espone Tolommeo in due luoghi diversi (contenuti nel 2.^o e nel 3.^o libro della sua Opera) intorno alla coincidenza dei due Assi ottici sul medesimo oggetto, ed alla corrispondenza che passa fra le sensazioni contemporanee dei due occhi. Le correzioni del testo sono fatte per lo più col soccorso del Codice Ambrosiano; le illustrazioni chiose fra due parentesi, che ho frapposte al testo, medesimo, sono in carattere corsivo.

I. Omne corpus apparet in uno loco illi qui aspicit cum uno oculo tantum. Aspicienti vero cum duobus oculis videbitur in uno loco, si una comprehendent illud cum radiis consensuilibus, qui videlicet habent in unoquoque oculo utrarumque pyramidum (*visualium quarum vertex in oculi basis autem in objecto*) positionem consimilem et æqualem respectu proprii axis sui: quod fit quando axes utrarumque pyramidum conveniunt super unam et eandem rem videndam, quemadmodum fit quando aspicimus res videndas simplici aspectu, et secundum quod a natura inest nobis aspicere diligenter. . . . Insitum enim est nobis naturaliter ad diversos situs volvere pupillas volutione mirabili, et diligenter clam revolutas, quousque utriusque axes simul ceciderint super medium corporis videndi, et fiat utrisque pira-

midibus una basis in loco contiguitatis illarum cum re vi-
denda, et (*hæc basis*) fuerit constituta ex omnibus radiis
ordine consimilibus. Si vero coegerimus visum modo quoli-
bet excedere consuetudinem suam, et divertamus eum ad
aliam rem præter illam quam videre volebamus, et res ad
quam intendimus sit moderate minor quam distantia quæ
est inter oculos, et radii oculorum simul, non utique illi
qui ordine sunt consimiles sed alii, ceciderint super aliam
rem quam illam quam videre volebamus, videbitur eadem
(*alia*) res in duobus locis Quod utique leviter intel-
ligetur, si tentaverimus illud exponere tali modo.

II. Constituatur regnla brevis et duo cilindri subtiles
longi stantes super eam ad angulos rectos, et sit distantia
alterius ab altero et ab extremitatibus regulæ moderata, et
ponatur altera extremitatum inter oculos, ita ut cilindri sint
super rectam lineam stantem super distantiam quæ est inter
oculos ad rectos angulos Sint A, B (*Tav. 9.^a fig. 1.*)
capita pyramidis; A super sinistrum oculum, et B super
dextrum. Sintque super lineam perpendicularem ED, quæ
est super AB ad rectos angulos, duo cilindri erecti, videli-
cet C, D; et producantur ad eos ex omni capite duarum
pyramidum radii AG, AD, BG, BD; et tendamus prius
cum visu nostro ad C qui est propinquior. Erunt ergo AG
et BG super ipsos axes (*opticos*); de residuis vero duobus
radiis, AD erit unus de sinistris radiis (*relate ad axem
opticum AG*); manifestum quoque est quod BD est unus de
dextris (*relate ad axem BG*). Unde oportet C quidem videri
in uno loco, eo quod unusquisque axium (AG, BG) est
ordine similis alteri. D vero debet videri in duobus locis;
quoniam AD est radius sinister de radiis sinistri oculi A,
radius autem BD dexter de radiis dextri oculi B. Cum
ergo texerimus sinistrum oculum, abscondetur sinister (*e
duobus cylindris D*); et cum dextrum oculum texerimus,
abscondetur dexter.

Et si tetenderimus cum Visu nostro ad D, fiet e con-

trario; quod demonstratur. Quoniam AD , BD erunt super axes, videbitur itaque D unus et G duo; quoniam accidit AG esse unum de radiis dextris sinistri oculi A , et BG unum de radiis sinistris dextri oculi B ; et ideo fit e converso quam illud quod prius accidit. Videlicet, si sinistram oculum texerimus, abscondetur id quod in dextro videtur per radium AG ; et si texerimus dextrum oculum, abscondetur quod in sinistro latere videtur per radium BG .

III. Si vero aspectus noster fuerit talis quod utrique axes simul non ceciderint super rem videndam, sed fuerint sensu æquidistantes, veluti AG , BD (*Tav. 9.^a fig. 1.*), videbitur unusquisque cylindrorum duo. secundum principia quæ proposuimus. Et ut hoc pateat et demonstretur, debet esse cylindrorum propinquior, super quo est L , albus; remotior autem, super quo est M , niger. Videbuntur ergo cylindri L , M in duobus locis, ex lateribus locorum in quibus sunt puncta L , M . Si ergo texerimus oculum sinistram, abscondentur utrique cylindri qui in dextro latere sunt; si vero dextrum oculum texerimus, abscondentur cylindri qui in sinistro latere sunt. Quoniam cum ducti fuerint radii AL , AM ; BL , BM , linea AL erit versus latus dextrum magis quam linea AM ; et linea BL ad latus sinistram magis quam linea BM . Et sic per oculum sinistram videbuntur cylindri dextri, et per dextrum sinistri.

IV. Rursus si posuerimus utrosque axes æquidistantes AG , BD (*Tav. 9.^a fig. 3.*), et constituerimus regulam LM , ut sit æquidistans lineæ AB quæ est inter oculos; et cylindrum album ante oculum sinistram in L et nigrum ante dextrum in M ; et fuerit distantia LM inter utrosque cylindros, ut illa AB , quæ est inter oculos; videbuntur duo cylindri tres. Cum enim copulaverimus radios visus; per illos quidem, super quos sunt AL , BM et sunt ordine consimiles, videbuntur utrique cylindri in uno loco H , illo videlicet in quem conveniunt duo colores. De reliquis autem duobus radiis Visus cadentibus super AM , BL , per dextrum

quidem eorum AM videbitur niger cylindrus, per sinistrum autem BL albus. Cum igitur texerimus sinistrum oculum, abscondetur niger qui dexter est, cum alba parte cylindri compositi H ; et cum texerimus oculum dextrum, abscondetur albus qui sinister est, cum nigra parte cylindri compositi (a).

V. Et cum distantia quæ est inter cylindros non fuerit æqualis illi quæ est inter oculos, videbuntur duo cylindri in quattuor locis. Si ergo distantia inter L et M (*Tav. 9. fig. 4.*) fuerit major quam quæ inter A , B , et cylindri fuerint a lateribus axium; niger quidem videbitur in duobus locis dextris, quoniam AM et BM utique sunt dextri; albus vero videbitur in duobus locis sinistris, eo quod AL et BL sinistri sunt. Cum ergo texerimus oculum sinistrum; abscondetur de duobus nigris remotior, ille videlicet qui videtur per radium AM , quoniam radius iste est magis dexter quam BM ; et abscondetur de duobus albis alter de mediis, qui videtur per radium AL , radius enim iste minus sinister est quam BL . Cum autem texerimus dextrum oculum, abscondetur de duobus albis remotior qui videtur per radium BL , et de duobus nigris alter de mediis qui videtur per radium BM (b).

VI. Hæc itaque accidentia, quæ proposuimus, non fiunt et apparent nisi causa distantie quæ existit (*inter duos axes opticos*) in latitudine tantum; quoniam secundum altitudinem et profunditatem utrique oculi æquales sunt in positione. Positio autem quoad latera non ita se habet; in hæc enim specie situs flectuntur quid utrique axes pyramidis, quousque coequatus fuerit situs basium super rem videndam.

(a) I Traduttori, ed i Copisti confondendo qui il destro col sinistro avevano figurato gli insegnamenti dell'Autore, sicchè non erano più in coerenza col rimanente.

(b) Ometterò di riportare il Caso in cui sia $LM < AB$, considerato pure da Tolommeo, e che è facile da indovinare.

Possibile quidem est oculos flecti ad aliam partem quam secundum latitudinem; sed impossibile est eos (*naturali motu*) differre declinando sursum et deorsum, quoniam alter oculorum non est constitutus altior, nec Natura hoc indiguit, quoniam non junguntur secundum profunditatem, sed situs eorum æqualis est (*idest horizontalis*), et conveniunt radii eorum declinando ad latera. Dubitationem quidem quæ in his contingit ex iis quæ apparent, et per situationem de unaquaque rerum apparentium quomodo apparet, exponemus in tempore et loco competenti (a)

VII. Nunc debemus considerare de dubitationibus, quarum contemplationem prætermisimus in secundo sermone, de his videlicet quæ accidunt de locis, in quibus apparent res videndæ; quod convenit perpendi, eo quod una res forte apparebit in duobus locis, et duæ in uno, aspicientibus eas cum utrisque oculis quolibet modo. Dicamus ergo prius de conjunctione ista, qua utriusque visualis piramidis sint capita in A, B (*Tav. 9.^a fig. 5.*). Et compleatur linea AB et per medium dividatur super punctum G; et producaturs ab eo perpendicularis GD erecta super AB ad rectos angulos; et conjungantur axes AD, BD super punctum D, et res videnda sit posita in D: Videbitur ergo hæc res una in ipso loco D in quo est. Similiter etiam si a puncto D protraxerimus lineam erectam super GD ad rectos angulos, quæ est EDZ; apparebit unaquæque rerum positarum super hanc lineam, cum sit super caput puncti D, una et in loco in quo est.

VIII. Cum autem producta fuerit linea HTK æquidistans ipsi EDZ, et fuerint duo axes oppositi puncto D; res quæ est super punctum T videbitur in duobus locis H, K. Duæ autem magnitudines positæ in his duobus locis H, K videbuntur in tribus locis, qui sunt T, L, M; a quolibet

(a) Come fa nei N.^{ti} seguenti, che sono estratti dal libro 3.^o

enim oculorum unaquæque judicatur esse in duobus locis, sed duo istorum locorum coincidunt. In puncto quidem T apparebunt utræque simul tamquam si essent una res. Videbuntur autem disgregatæ, H quidem super punctum L, K vero super punctum M. Et videbitur unaquæque de LT, TM æqualis HK.

Et si posuerimus utrosque axes oppositos puncto T, videbimus tunc D super puncta E, Z.

Et quod unumquodque istorum apparet ut diximus, possibile est ei perpendere qui experietur hoc per regulam, super quam fuerint duo cilindri.

Qui vero vere voluerit cognoscere loca eorum, dignoscet ea per positionem digiti super rem videndam. Digitus enim cadit super rem subjectam cum apparuerit in loco sibi proprio; et cum non fuerit in loco sibi proprio, non cadit super eam digitus, sed recedit nihil ibi inveniens.

IX. Causam quidem diversitatis quam proposueramus, exposuimus in illo loco (a), et demonstravimus: scilicet cum opinabamur de rebus quæ cum utrisque oculis simul videntur, quod illæ quidem quæ aspiciuntur per radios ordine consimiles, etsi fuerint duo, videntur quasi in duobus locis. Qua de causa si copulaverimus lineas (Tav. 9.^a fig. 6.) AE, AZ; BE, BZ; AT, BT; AH, BH; AK, BK; unaquæque pars de EDZ apparebit in uno loco, quoniam AD, BD super ipsos axes sunt; et radii qui cadunt super E et super Z sunt ordine consimiles, quia AE similem habet ordinem ei qui est BE (*declinant enim utrique ad sinistram ab axis partem, quantitate fere æquali*), et AZ similis est in ordine ei qui est BZ. H vero et K, quoniam AH et BH sunt axes, apparebunt in uno loco qui est punctum T. Et quia BH, AK, non sunt ordine consimiles, videbuntur (*præterea*) H, K super puncta L, M. Et punctum T, eo

(a) Nel libro 2.^o, come sopra ai numeri 1. . . . 6.

quod radii AT, BT sunt ordine dissimiles, videbitur in duobus locis, qui sunt H, K.

X. Nunc ergo decet nos, cum (*jam*) posuerimus distinctiones aliquas communes de locis in quibus apparet unaquæque rerum, considerare quomodo debent inde videri res videndæ in locis suis quibus sunt positæ. Quod utique faciemus, postquam posuerimus de his quæ locuti sumus aliud principium manifestum. Videlicet si non fuerit lineæ HTK (*Tav. 9.^a fig. 7.*) æquidistans lineæ AB sicut prius posuimus, sed fuerit lineæ AH major lineæ BK, et axes remanserint in loco quo fuerant, oppositi puncto D; res utique positæ super puncta H, K videbuntur super unam lineam quæ est CD circa punctum T. Utraque res autem in uno loco non videbuntur, sed K videbitur propinquior visui quam H; . . . tunc enim videbitur H in loco M, et K in loco S; et hæc duo loca sunt in quibus incidunt duæ perpendiculares (HM, KS) super lineam CD.

XI. Cum hæc ita fuerint ut diximus, convenit ut Natura coæquet diversitatem quæ est inter duos axes, et congreget eos secundum situm rei videndæ. Cadent ergo utrique super eum a principio (C) quod est inter eos, et est illud in quo debet conjunctio capitum pyramidum fieri, et distantia ejus ab illis est æqualis et eorum sensibilitas est communis. Fitque hoc secundum quod accidit in una via de eo quod medium est inter utraque latera: quoniam impossibile est ut magnitudo quæ est opposita eis (*lateribus sive axibus*) conservet situm similem secundum unumquemque axium. Res enim quæ apparet opposita utrisque oculis non est perpendicularis super utrosque axes; quomodo enim possumus arbitrari, cum unusquisque axium declinet ad alterum, nisi de illo (DG) qui debet esse in medio sicut diximus, et est distantia ejus proportionalis, qui rationabiliter debet vocari *axis communis*.

XII. Dehemus autem universaliter in his quæ recte (*radio non fracto*) videntur distinguere qualis est habitus

locorum, in quibus apparent res videndæ; et quod quantitas distantie illorum a rebus veris est secundum distantiam communis axis ab axe proprio visus; et hæc distantia est perpendicularis cadens a rebus videndis super axem communem Ponamus hic Figuram prætaxatam (fig. 6.) in eodem statu, ut unum quodque consequatur metam suam. Sit unaquæque de lineis AD, BD axis visus. Inveniemus ergo id quod est super lineam EDZ apparens in loco suo in quo est; illud vero quod est super lineam HTK invenietur in aliis locis quam in quibus comprehendebatur. Manifestum ergo est quod puncta E, D, Z apparebunt in locis, in quibus sunt, eo quod perpendicularis, quæ ab unoquoque eorum procedit, cadit ad communem axem DG super punctum unum, et quoniam secundum quantitatem distantie communis axis a proprio axe (*utriusque oculi*) ita etiam est distantia loci quo res apparet a loco suo vero versus illam partem. Videbuntur ergo res ipsæ in locis suis.

Quod autem T non apparet in locis suis vere, ipsa causa est quam diximus: videlicet quod proprius axis radiorum quibus aspicit oculus A est AH; et distantia ejus tum sumitur secundum perpendicularem, quæ cadit super axem CG communem, est HT; quæ est ut linea TK. Locus ergo in quo punctum T videbitur (*ab oculo A*) erit punctum K. Similiter etiam demonstrabitur quod hæc eadem contingunt, si aspexerimus cum oculo B (*nempe punctum T apparebit in H*). Item si fuerint duæ res positæ super H et K et fuerit $LH = HT = TK = KM$; res quidem posita super H apparebit super duo puncta T, L; nempe apparebit visui A per radium AH super punctum T, quoniam distantia ejus (*ab axe comuni*) est perpendicularis AH. Visui autem B apparebit super punctum L; quoniam distantia ejus est $HT = HL$ sumptæ ad partem oppositam. . . . Et propter hoc erit etiam locus apparitionis rei positæ super K penes punctum T, et penes punctum M. . . .

XIII. Quod licet nobis videre certiori aspectu, si sum-

posuerimus tabulam moderatæ quantitatis, et constituerimus colorem ejus nigrum, et posuerimus in minori laterum suorum distantiam AB (*Tav. 9.^a fig. 8.*) æqualem distantiae quæ est inter oculos, et erexerimus in puncto medietatis ejus, quod est G, perpendicularem CD, et protraxerimus AEZ, BEH, TEK, et fuerit TK æquidistans lineæ AB, et liniverimus CD colore albo, et TK colore viridi, et AZ colore rubeo, et BH colore croceo, et erexerimus super E aliquod parvum subtile: posuerimus autem super puncta A, B utrosque oculos, et tetenderimus cum aspectu nostro ad locum E; exquisitæ erunt lineæ AZ, BH super axes. Et apparebit nobis linea TEK, quæ est viridis coloris, una linea, quoniam est in loco conjunctionis axium. Et apparebunt nobis lineæ, AZ quæ est rubea, et BH quæ est crocea, utræque quidem conjunctæ in uno loco, videlicet super CD; unaquæque vero earum semotim in alio loco, AZ quidem super LEM, BH vero super NES. Ipsa vero CD quæ est alba, apparebit super AZ et super BH. Et cum texerimus visum B; de linea quidem TK quæ est viridis nihil abscondetur; de duobus vero lineis albis abscondetur totum id quod est super AZ; et abscondetur de eo quod apparet super CD totus color croceus; de his autem quæ sunt in duobus extremitatibus abscondetur rubea quæ est super LM; reliquæ vero lineæ conservant loca quæ habebant, quando aspectus (*amborum*) oculorum cadebat super eas. Quot totum sequitur ex iis, quæ prius determinavimus.

XIV. Hac igitur de causa cum Visui insitum sit mirabile desiderium exquisite comprehendendi res videndas, semper volvit axes ejus quousque locus conjunctionis eorum fiat in medio magnitudinis quam comprehendit, et ducatur ad positionem illam qua apparent loca subjectarum rerum vere et diligenter. Si vero aliter fuerit, et distantia loci conjunctionis axium ab utraque parte rei visæ non fuerit æqualis, ut res sit manifesta, non erit distantia ejus a vero multa; quoniam cum axes quomodocumque fuerint declinantes ad

alterum laterum, apparet diversitas rerum non manifeste, sed est confusa propter diversitatem quæ fit in locis apparentibus, et propter debilitatem radiorum lateraliū.

XV. Qualis autem sit habitus (*rerum visarum*) in declinatione ad latera, cognoscemus tali modo. Ponatur (*Tav. 9.^a fig. 9.*) caput alterius piramidis punctum A; et conjungantur iterum (*comunis*) axis GD, et axis AD (*oculi sinistri* A) super punctum D; et producat quælibet linea V E C H; et protrahantur a punctis V, E perpendiculares super DG et sint lineæ VTK, EL; et capiatur linea VS = TK; et copuletur linea SL producta quousque jungatur cum perpendiculari HM productæ in I. Dicimus ergo quod linea VEH apparebit Visui A, quod sit posita super SLI.

Quod itaque punctum E apparebit in L, manifestum est ex præcedentibus. Punctum H apparebit in I, si demonstremus esse $HI = NM$. Est igitur $SK : MI = KL : LM = TE : EN = VT : NH$. Sed $SK = VT$ (*per constructionem*). Ergo $MI = NH$; atque ideo $HI = NM$.

Rursus protrahantur a punctis C, O duæ perpendiculares RCQ, POF super DG; et ostendemus quod punctum C super Q videbitur, et punctum P super O. . . . Quia ostendemus (*ut prius*), quod $CQ = RC$, et $PO = OF$ (a).

Rursus propter hoc, quod $KT > OF > NM$; et $KT = VS$; erit etiam $VS > PO > HI$. Rerum ergo a quibus cadunt perpendiculares super comunem axem DG, illa cuius casus super ipsum axem propinquior est ad punctum B conjunctionis utrorumque axium, videtur propinquior ad verum locum suum.

XVI. Manifestum est ex his quæ diximus, quod illud quod de forma magnitudinis (*non posite in concursu duorum axium optidorum*) apparet, habet consimilem figuram, cum in eam aspexerimus, sed diversitas erit in positione sua tan-

(a) La VH si prolunghi sino ad incontrare in Z la DZ perpendicolare a DG; e si conduca ZS. La dimostrazione così riuscirà più facile.

tum. In rotundis quoque rebus contingit id quod exponemus. Sint duo axes (*Tab. 9.^a fig. 10.*) AD, GD (AD quidem proprius oculi A, CD vero communis utrique oculo); et protrahatur (*describatur*) super eos circumferentia (*seu linea curva*) quocumque modo, et sit BEZHCK. Et ducantur a punctis B, E, Z perpendiculares BV, EP, ZI super axem (*comunem utrique oculo*) GD. Et producantur hæ ad alteram partem, quousque conjungantur cum punctis H, T, K; et transferantur rectæ et dividatur unaquæque, ut sit $BL = KC = QV$; $EM = TS = XP$; $ZR = HN = FI$. Visus ergo videbit B super L, K vero super C; et E super M, T vero super S; et Z super R, H vero super N &c. Manifestum est ergo quod linea concava, quæ est super BEZHCK, videtur super lineam concavam, quæ transit per puncta LMRNSC (a).

Haller (b) riporta i varj divisamenti dei Fisici intorno ai Fenomeni riferiti sopra da Tolommeo. Du Tour (c) esponendo il color celeste ad un occhio, ed il giallo all' altro dice di non averne mai veduto nascere il verde, come nasce mescolando i due primi nelle Esperienze di Newton, e con ciò intende provare l'opinione di Coloro i quali negano che noi veggiamo un oggetto coi due occhi ad un tempo nel medesimo luogo. Ma presso Newton sono due specie di raggi fisici che concentrano la loro azione sul medesimo luogo reale; mentre nella combinazione dei due assi ottici si tratta solamente di unire due sensazioni dell'anima in un luogo immaginario. Ora dal Mondo reale all'immaginario l'argomento non tiene.

FINE DELL'APPENDICE.

(a) Se il piano di BZHK non è perpendicolare a DG, o in caso diverso l'asse AD non sia parallelo a GD; la Figura LENC non sarà nè eguale, nè simile al suo originale BZHK.

(b) Physiolog. lib. XVI. Sect. 4. §. 8.

(c) Mein. présentées Vol. 3. p. 514.; e Vol. 4. p. 499.

S O M M A R I O

DEL CONTENUTO DI QUESTO PRIMO VOLUME.

Memoria della Vita di Bonaventura Corti, che tien luogo di Dedicà.

Professa Filosofia in Reggio. Sue prime Opere stampate . . .	pag. I.
Osserva la vita delle Tremelle	III.
La Circolazione del Succio nelle Pianta	VIII.
I Scarafaggi roditori del grano in erba	XVIII.
I movimenti delle corde bagnate	XXIII.
I monocli	XXVII.
Assume la direzione del Collegio de' Nobili in Modena . . .	XXVIII.
Suo contegno nel tempo della Rivoluzione e Morte	XXX.

Commentario I. Considerazioni sopra varie parti dell' ottica degli Antichi.

Art. I. Della Prospettiva presso gli Antichi	pag. I
Essa non eccedeva le Dottrine dell' ottica di Euclide	3
Passo di Vitruvio relativo alla Prospettiva	5
Come gli Artefici antichi la osservassero	7
Passi di Tolommeo e di Eliodoro riguardanti la medesima . .	8
Art. II. Regole di Vitruvio dipendenti dall' Ottica .	
1. Aumento del Modulo per le maggiori alture	11
2. Membri superiori alle Colonne inclinati all' innanzi . . .	23
3. Ingrossamento delle Colonne in certi Portici	ivi
4. Scanzature moltiplicate in alcune Colonne	25
5. Ingrossamento della Colonna verso la sua metà	26
6. Scabellotti diseguali	28
Art. III. Ottica di Tolommeo .	
Cosa ne contenesse il primo libro	31
Libro secondo. Oggetti proprj della Vista	32
Idee secondarie 1. di corpo. 2. di luogo	33
3. di grandezza. 4. di Figura. 5. di moto	34
Errori della vista comuni ad altri sentimenti	36
Nati dall' Obbietto, dalla Luce, o dal Moto	37
Errori proprj della vista	38
Prodotti in essa dalla Ragione	40
Libro terzo. Principj della Catottrica	43
Concorrenza dei due Assi ottici	44

Teoremi riguardanti lo specchio piano ed il convesso	46
Libro quarto. Specchj concavi	49
Cilindrici o conici	51
Il Libro antico de <i>Speculis</i> attribuito a Tolommeo è di Erone il Meccanico	52
Libro quinto. Rifrazione, e sua Misura	55
Rifrazione atmosferica	56
Immagini degli Oggetti veduti per rifrazione	57
Note bibliografiche	59
Art. IV. Esperienze relative alla Teoria della Vista	
1. Noi abbiamo veduto sin da principio gli oggetti in posizione dritta	62
2. L'ampiezza del campo visibile non è un'angolo retto	66
3. Ciascun punto visibile comparisce, per una differenza insensibile, nella direzione del Raggio ch'esso manda a percuotere l'occhio	67
Commentario II. Del Traguardo; opera di Erona, il Meccanico tradotta dal Greco ed illustrata con Note	
Vita ed Opere di Erona	77
1. , 2. Utilità del Traguardo	82
3. , 4. , 5. Costruzione del Traguardo	84
6. Misurare la differenza d'altezza fra due Ponti l'uno invisibile all'altro	90
7. Tirare una linea retta fra due punti, l'uno invisibile all'altro	93
8. Trovare la distanza d'un punto lontano, senza avvicinarvisi	95
9. Prendere, stando su d'una sponda, la larghezza d'un Fiume. <i>Varatio fluminis</i>	96
10. Misurare la distanza e la posizione di due punti lontani	99
11. Tirare la perpendicolare sopra una linea distante	101
12. Trovare l'altezza d'un Punto lontano	ivi
13. Trovare la differenza d'altezza fra due punti lontani	103
14. Data una Buca trovarne la profondità	104
15. Forare un Monte per linea retta fra due bocche opposte	ivi
16. , 17. Forare pozzi sul monte, che vadano a trovare perpendicolarmente una data escavazion sotterranea	105
18. Disegnare il contorno di un Porto	108
19. Dare al Terreno la forma di un proposto segmento di sfera	109
20. Disporre il Terreno in una data inclinazione	110
21. Mettere sul Terreno una lontananza di misura data	111
22. Da un punto lontano tirare una linea di data misura	112
23. , 24. Misurare un Campo	113
25. Trovare i termini perduti d'un Campo	115
26. Dividere un Campo in date parti prese da no dato punto	120
27. Misurare un Campo senza entrarvi dentro	121

28. , 29. Tagliare da un Trapezio, o da un Triangolo una data quantità	pag. 122
30. Dati i tre lati d' un Triangolo, trovarne l' area	123
Geometri antichi, che hanno parlato di questo Problema	
31. Determinare la quantità dello sgorgo d' una sorgente	128
32. Misurare la distanza apparente fra due stelle	129
33. Difetti dell' Istromento chiamato <i>stelletta</i> ; che era la <i>Croma</i> dei Romani	130
34. , 35. Descrizione dell' Odometro	134
36. Trovar la Distanza fra due luoghi diversi di Clima e di Meridiano.	139
37. <i>Barulco</i> di Erone	142
Dimostrazione antica del principio delle velocità virtuali	
. Commentario III. Dell' Iride, degli Aloni, e de' Paregli.	
Art. 1. Le spiegazioni dell' Iride attribuite al <i>De Dominis</i> ed a <i>Cartesio</i> furono conosciute cinque secoli fa	149
Squarcej d' un' Opera a ciò relativa, di Fr. Teodorico Domenico, che scrisse al principio del 1300	
Art. 2. Come si formino talvolta Iridi inferiori alla principale e concentriche ad essa	151
Si accerta la verità del Fenomeno	
Le grosse gocce di pioggia cadendo si schiacciano	
Dimostrazione relativa alle Iridi suddette	
Esperienze corrispondenti	
Art. 3. Principj Fisici della Teoria degli Aloni e de' Paregli.	166
1. La spiegazione di Fr. Teodorico e di Dechales non può sostenersi	180
2. Due Classi distinte di Aloni Qui si parlerà solo d' una	182
3. Apparenze principali di questa Classe d' Aloni	183
4. Ipotesi d' Hugenio intorno ai medesimi	184
5. Compariscono nell' atmosfera gelata	186
6. Contintociò l' Ipotesi d' Hugenio non è verosimile	189
7. Forme varie de' ghiaccioli volanti per l' aria fredda	192
8. Lemmi fondati sull' Esperienza, e sulle Teorie dell' Ottica	194
9. Si dividono i ghiaccioli aerei in più Legioni	196
Art. 4. Si applicano i Principj stabiliti sopra alla spiegazione de' Fenomeni	199
1. Corona interiore e più comune	201
2. Fascia bianca orizzontale ed inclinata	204
3. Travi, Righe bianche, Croci, Antelj	208
4. Paregli posti nell' intersezione dell' Alone colla Fascia Orizzontale	209
5. Paregli spostati fuori dell' Alone medesimo	212
6. Archi rovesciati in cima allo stesso Alone	213

7. (a) Corona ellittica circoscritta all' Alone interno	214
8. Alone esteriore; Paregli ed' altre apparenze che l' accompa- gnano	217
9. Paregli della banda opposta al Sole	219
10. Riflessioni sull' argoniento in generale	221
Appendice intorno all' Ottica di Tolommeo .	
Estratto datone dal Sig. Delambre. Errori del Codice Colbertino di quell' Opera	225
Compendio dell' Opera di Alkindi <i>de Aspectibus</i>	227
Difetti e pregi dell' Ottica d' Alhazeno	228
Squarcio dell' Opera di Tolommeo, intorno all' effetto che nasce dal coincidere o no i due assi ottici sopra il medesimo og- getto	232

FINE.

(a) Questo Numero e i tre susseguenti sono segnati nell' Opera, per errore, dei Num. XVI., XVII., XVIII.



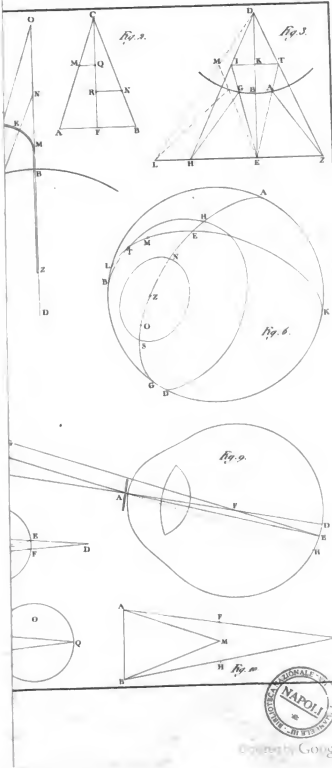


Fig. 1.

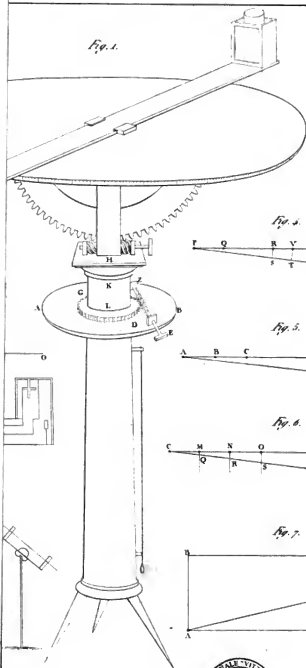


Fig. 2.

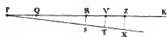


Fig. 3.



Fig. 4.

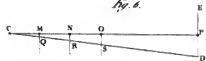
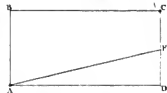


Fig. 5.



Discesa Ascesa

6.	2.
4.	2.
1.	3.
4.	2.
5.	3.
1.	3.
2.	3.
5.	3.
2.	1.
3.	1.
33.	23.

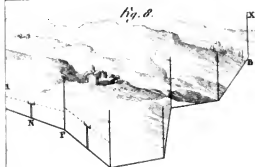


Fig. 9.



Fig. 10.

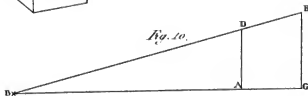


Fig. 11.

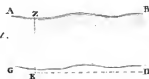


Fig. 12.

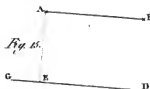


Fig. 13.

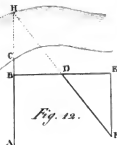
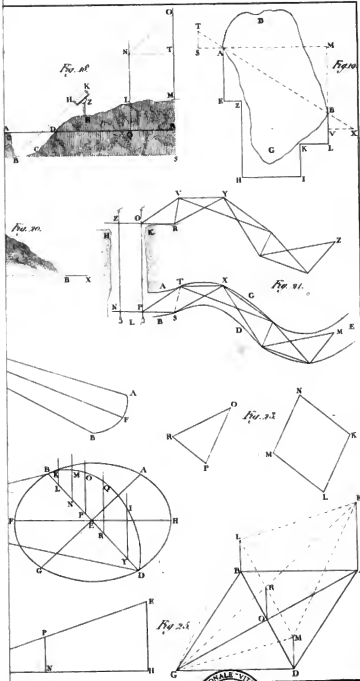


Fig. 14.





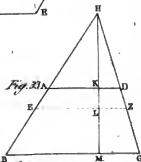
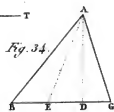
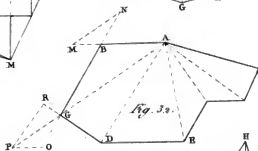
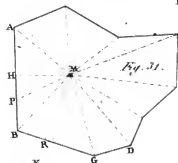
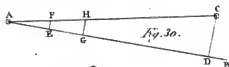
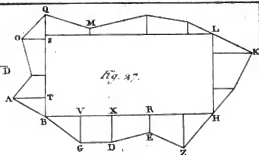
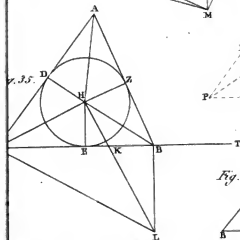
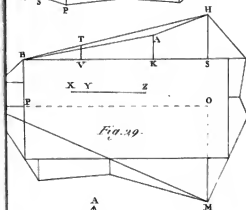
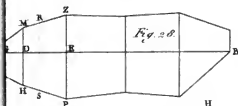
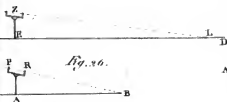


Fig. 36.

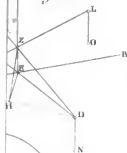


Fig. 38.



Fig. 39.



Fig. 37.

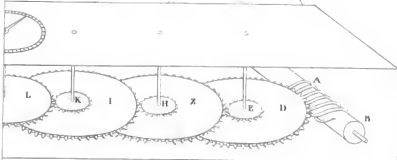
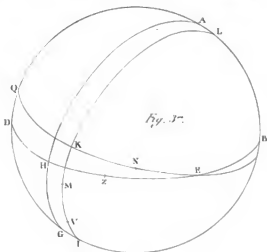


Fig. 40.

